ITEA (1997), Vol. 93A N.º 2, 131-146

APLICACIONES DE LA TEORÍA DE LA DECISIÓN A LA MEJORA GENÉTICA ANIMAL

L. Alfonso

Área de Producción Animal
Universidad Pública de Navarra
Campus Arrosadía, s/n
31006 Pamplona

RESUMEN

En este trabajo se hace una breve introducción a la teoría de la decisión y se presentan algunas aplicaciones en el contexto de la mejora genética animal. Se describen, por lo tanto, distintos criterios de decisión, haciendo especial referencia a la teoría de la utilidad. Se revisan además algunos trabajos en los que se utilizan esos criterios de decisión fundamentalmente con el objetivo de escoger futuros reproductores o comparar esquemas de selección, discutiendo las principales aportaciones de la teoría de la decisión a la mejora genética animal.

Palabras clave: Teoría de la decisión, Teoría de la utilidad, Mejora animal.

SUMMARY

In this paper, a brief introduction to the decision theory and its applications to animal breeding are presented. Different criteria are described with especial reference to theUutility theory. The application of these criteria in taking selection decisions and comparing breeding schemes is also reviewed, discussing the main contributions of decision theory to animal breeding.

Key word: Decision theory, Utility theory, Animal breeding.

Introducción

La varianza del progreso genético que se puede alcanzar en un esquema de selección depende, fundamentalmente, del incremento de la consanguinidad de la población seleccionada, y de la varianza de los valores genéticos predichos que se utilizan para seleccionar los mejores reproductores. La varianza de los valores genéticos predichos depende a su vez de la precisión de la selección, del número de animales seleccionados, del tamaño de la población y de su estructura (MEUWISSEN, 1991).

El riesgo de un proceso de selección aumenta por lo tanto a medida que el tamaño de la población decrece, de modo que cuando se trabaja con poblaciones pequeñas no está plenamente justificado tomar decisiones exclusivamente en base al valor máximo de progreso genético esperado, y es útil emplear elementos de la teoría de la decisión.

El objetivo de este trabajo es hacer una breve presentación de la teoría de la deci-

sión, haciendo especial referencia a la teoría de la utilidad, y revisar algunas aplicaciones realizadas en el contexto de la mejora genética animal discutiendo sus principales aportaciones.

Teoría de la decisión

Bases

El proceso de toma de decisiones se puede presentar, desde un enfoque clásico, en base a una serie de elementos que permiten buscar de entre todas las decisiones posibles, la que ofrece la consecuencia óptima. Estos elementos son (PRIETO, 1973):

1. El conjunto de los posibles estados de la naturaleza (Θ). Es la realidad y por tanto desconocida. Existe incertidumbre que se intenta expresar en términos de probabilidad [$p(\Theta)$].

2. El conjunto de las decisiones posibles (δ). Sobre ellas siempre existe una actitud previa, una preferencia que se expresa asignándoles un orden.

3. El conjunto de las consecuencias (ω) de las combinaciones de Θ y δ para un determinado criterio. Esas consecuencias se han medido habitualmente en términos de valor económico.

4. La relación entre ω , Θ y δ [$\omega = \varphi(\Theta,\delta)$], función que establece el valor de las consecuencias de cada decisión para cada posible estado de la naturaleza.

A partir de esos cuatro elementos se asigna un valor (v) a las consecuencias de cada decisión, que depende de la probabilidad de ocurrencia de cada estado de la naturaleza [$p(\Theta)$]. Es habitual la representación matricial, a través de una matriz de decisión, de la siguiente forma:

Estados de la realidad	$\rightarrow$	Θ_1	Θ_2	....	Θ_n	
Conocimiento existente sobre la realidad	$\rightarrow$	$p(\Theta_1)$	$p(\Theta_2)$	....	$p(\Theta_n)$	
	δ_1	$\omega_{11}=\varphi(\Theta_1,\delta_1)$	$\omega_{21}=\varphi(\Theta_2,\delta_1)$	....	$\omega_{n1}=\varphi(\Theta_n,\delta_1)$	v_1
	δ_2	$\omega_{12}=\varphi(\Theta_1,\delta_2)$	$\omega_{22}=\varphi(\Theta_2,\delta_2)$	....	$\omega_{n2}=\varphi(\Theta_n,\delta_2)$	v_2
	:	:	:	:	:	:
	δ_m	$\omega_{1m}=\varphi(\Theta_1,\delta_m)$	$\omega_{2m}=\varphi(\Theta_2,\delta_m)$	....	$\omega_{nm}=\varphi(\Theta_n,\delta_m)$	v_m

Decisiones posibles

Consecuencias de cada decisión según cada estado de la realidad

Consecuencias de cada decisión según el conocimiento existente sobre la realidad

En función del conocimiento que se tiene de la probabilidades de ocurrencia de cada estado de la realidad se habla de *ambiente determinista, ambiente de riesgo o ambiente de incertidumbre.*

Nos referimos a un ambiente determinista cuando existe un único estado de la naturaleza posible [$p(\Theta)=1$], por lo que no existe incertidumbre. Es el proceso de toma de decisiones más sencillo, pues la decisión se

basa directamente en ω (dado que $v=\omega$), pero es el menos frecuente.

Los ambientes de riesgo hacen referencia a la existencia de cierto grado de incertidumbre. Existen varios estados de la naturaleza posibles pero se conoce su ley de probabilidades [$p(\Theta)$], de forma que somos capaces de calcular v. A diferencia de lo que ocurre en ambiente de certidumbre ω no es único; se pueden asumir dos situaciones, que ω sea una variable discreta[1] o continua[2]. Tomarla como discreta implica asumir que los estados de la naturaleza son finitos y obliga a establecer la ley de probabilidades, mientras que considerarla continua implica la existencia de infinitos estados de la naturaleza, obligando a asumir su tipo de distribución.

Los ambientes de incertidumbre se dan cuando, existiendo también varios estados posibles de la naturaleza, no se conoce nada sobre la probabilidad de que sucedan, de forma que no se puede predecir v.

Tanto ω como v se pueden cuantificar como beneficios, pérdidas, pérdidas relativas, etc. Asociada a cada caso hay una función de decisión distinta, conocida como función de beneficios, de pérdidas, de pérdidas relativas, etc... Son medidas sencillas e intuitivas que frecuentemente se usan en los procesos de toma de decisiones, pero que presentan como desventaja el no tener en cuenta las características de la persona que toma las decisiones. Por esa razón, es preferible cuantificar las consecuencias de cada decisión en términos de utilidad. La utilidad es el criterio que se considera que cualquier individuo usa para evaluar distintas alternativas, escogiendo aquella que maximiza la utilidad esperada (KAYLEN *et al.*, 1987).

Fundamentalmente basadas en el concepto de utilidad existen distintas teorías de decisión como son la teoría de la utilidad, la teoría del 'portafolio' y la teoría bayesiana de la decisión.

Teoría de la utilidad

Las bases de la teoría de la utilidad se pueden resumir en buscar una función de utilidad (U) que, incorporando elementos subjetivos de cada individuo, permita pasar de una matriz de decisión de, por ejemplo, beneficios, a una matriz de utilidades esperadas para cada decisión. De esta forma, se puede optar directamente por aquella decisión para la que se espera mayor utilidad.

Para que una función se pueda considerar función de utilidad se deben cumplir una serie de supuestos (ROMERO, 1993), como por ejemplo, que sea monótona creciente, de forma que, a medida que aumente el valor de una consecuencia (p.ej. ganancia monetaria), también aumente su utilidad (MALLO *et al.*, 1987). BERGER (1985) formaliza los pasos a realizar en el proceso de construcción de las funciones de utilidad para cada individuo, pero dada la complejidad que supone tratar separadamente a cada individuo, se suele trabajar con formas analíticas que permitan expresar rasgos comunes en la mentalidad de la personas que toman las decisiones.

Se dice que existen tres actitudes ante la decisión: de aversión al riesgo, de preferen-

1. Para una decisión δ_i, $v_i = p(\Theta_1)\omega_{1i} + p(\Theta_2)\omega_{2i} + \ldots\ldots + p(\Theta_n)\omega_{ni}$; $1 \le i \le m$

2. Para una decisión δ_i, $v_i = \int f(\omega_i)d\omega_i$, siendo $f(\omega_i)$ la función de densidad de la variable aleatoria $\omega_i = (\omega_{1i}, \omega_{2i}, \ldots\ldots, \omega_{ni})$ $1 \le i \le m$

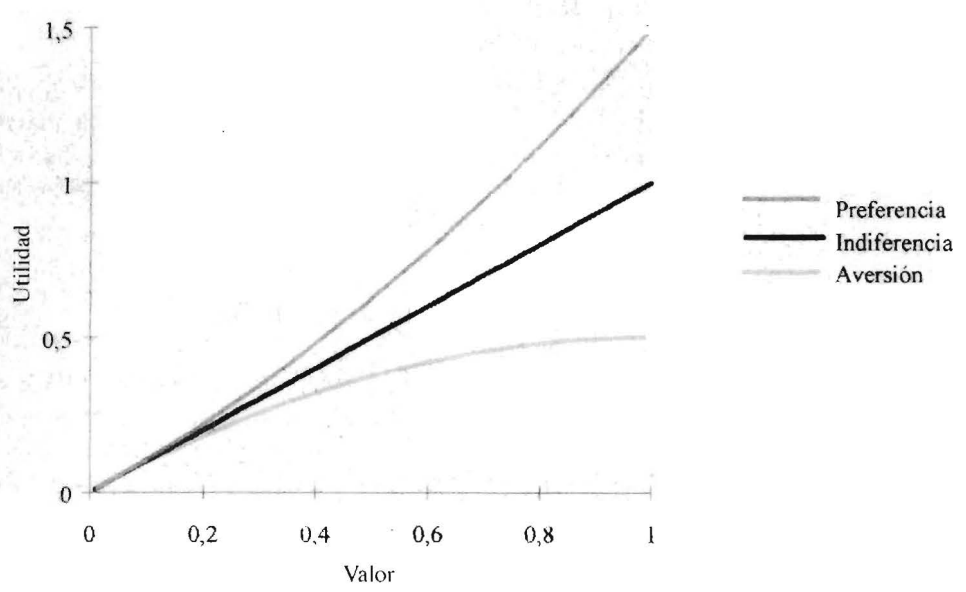


Figura 1. Representación de las actitudes de decisión frente al riesgo cuando se relaciona "valor" y "utilidad". (Ejemplo para una función cuadrática con λ =-0,5, 0 y 0,5)
Curves that represent risk attitudes relating 'values' and 'utilities' (Example of a quadratic function with λ =-0.5, 0 and 0.5)

cia por el riesgo y de indiferencia ante el riesgo. La figura 1 es la ilustración clásica de las tres actitudes cuando se relacionan "valor" y "utilidad", y en ella se puede ver como las funciones de aversión al riesgo son siempre cóncavas, las de preferencia por el riesgo convexas y las de indiferencia no son más que funciones lineales. La actitud habitual de un individuo es de aversión al riesgo, y es esta actitud la que se conoce como "comportamiento racional ante la decisión".

Las funciones analíticas no sólo deben de ser capaces de recoger estas actitudes sino que, como comentan ZUHAIR *et al.*, (1992), es además deseable que los parámetros que las definen se puedan calcular con facilidad y que su manipulación matemática no sea excesivamente compleja. Por ello podemos referirnos a dos formas fundamentales de funciones analíticas de utilidad, los polinomios de grado n y las funciones exponenciales (KAYLEN *et al.*, 1987; Mallo *et al.*, 1987).

Dentro de los polinomios de grado n existe un caso particular que se conoce como función de Markovitz (MALLO *et al.*, 1987) o función de utilidad cuadrática (habitualmente expresada como $U(\omega) = (\omega - \lambda\omega^2)$[3]. Si $\lambda > 0$, la función es cóncava por lo

3. La esperanza de esta función es: $E[U(\omega)] = E[\omega] - \lambda \{E[\omega]^2\} - \lambda V[\omega]$.

que expresa aversión al riesgo. Si $\lambda < 0$ la función es convexa, expresando afición al riesgo. Asumiendo que el comportamiento racional es de aversión al riesgo, la primera y segunda derivada de esa función respecto a ω[4] indican que el valor máximo de λ es $1/2\omega^*$ y su rango de valores $[0, 1/2\omega^*]$, siendo $\omega^* = \{\text{máx } \omega\}$. A λ se le conoce como coeficiente de aversión al riesgo.

De las muchas funciones que pertenecen a la familia de las exponenciales, podemos tomar la función de Freund [$U(\omega) = 1 - e^{-\lambda\omega}$] (MALLO *et al.*, 1987) como modelo de función de utilidad. La adición de constantes no afecta este tipo de funciones, por lo que se pueden encontrar distintas expresiones (como por ejemplo la utilizada por WYLER *et al.*, 1994)[5]. Primera y segunda derivada de la función exponencial[6], permiten ver que la función es siempre cóncava y que λ puede tomar cualquier valor, a diferencia de la función cuadrática en la que λ presenta un valor máximo.

Ambas funciones, cuadráticas y exponenciales, son de entre las muchas sugeridas en la bibliografía las más populares (ZUHAIR *et al.*, 1992). SMITH y HAMMOND (1987b), recogiendo la opinión de otros autores, indican que las funciones de utilidad cuadrática explican comportamientos de decisión poco realistas. No obstante, las funciones exponenciales son más difíciles de establecer, pues se debe conocer la utilidad de distintas consecuencias para poder establecer el valor del coeficiente de aversión al riesgo, y no siempre se dispone de esa información. Una buena muestra de ello es el trabajo de WYLER *et al.* (1994), al que posteriormente haremos referencia. En él, pese a estar analizando distintos núcleos de selección en cabras, se establece la aversión al riesgo haciendo referencia a la utilidad del semen en vacuno lechero.

La elección de la función de utilidad a emplear es un aspecto muy importante de la aplicación de la teoría de la utilidad. Desgraciadamente, no existe ningún tipo de funciones que, ante cualquier situación, presente propiedades óptimas o mejores que cualquier otro tipo. Por ello, antes de escoger y aplicar una determinada función, es necesario evaluar cuál es el tipo de función que mejor va a permitir explicar el comportamiento de decisión que queremos analizar.

Teoría del 'portafolio'

La teoría del 'portafolio' está basada en la idea de encontrar la combinación de distintas actividades posibles ('portafolio') que maximice su utilidad (SCHNEEBERGER *et al.*,). A diferencia de la teoría de la utilidad, la base para establecer la utilidad es fundamentalmente la racionalidad, sin necesidad de recurrir a un exhaustivo análisis teórico. Esta característica es ventajosa pues se simplifica la comprensión de la toma de decisiones, pero representa la debilidad más criticable de ese planteamiento.

Podemos presentar las bases de la teoría del 'portafolio' de la siguiente forma. Se parte de establecer las posibles combinaciones (n) de las distintas actividades (m) que se pueden realizar. Por ejemplo, el uso de cada uno de los m machos disponibles en

4. $U'(\omega) = 1 - 2\lambda\omega$; $U''(\omega) = -2\lambda$

5. $U(\omega) = -e^{-\lambda\omega}$, siendo su esperanza: $E[U(\omega)] = E[\omega] - (\lambda/2)\, V[\omega]$

6. $U'(\omega) = \lambda e^{-\lambda\omega}$; $U''(\omega) = -\lambda^2 e^{-\lambda\omega}$

una explotación representaría una actividad, y cada una de las *n* combinaciones del número de montas de cada macho, una decisión.

Establecidas las distintas decisiones, el valor de cada una ellas viene dado por la suma del valor de las distintas actividades (A_j) ponderado por su participación relativa (k_j). Así, el valor (D) de la decisión i es:

$$D_i = \sum_{j=1}^{m} k_j A_j$$

$$\text{(donde:} \quad k_j \geq 0; \sum_{j=1}^{m} k_j = 1; \quad 1 \leq j \leq m)$$

La decisión a escoger será aquella que presente el máximo valor para la expresión:

$$E(D_i) + \rho(V(D_i) \qquad (1 \leq i \leq n)$$

donde $E(D_i)$ y $V(D_i)$ son, respectivamente, la esperanza y la varianza de D_i, y ρ un coeficiente de aversión al riesgo análogo al valor de la teoría de la utilidad.

Se puede ver que esta última expresión corresponde a la esperanza de la utilidad de una función exponencial si como valor de ρ tomamos $-(\lambda/2)$, de modo que la teoría del 'portafolio' se puede considerar un caso particular de la teoría de la utilidad. SMITH y HAMMOND (1987b) analizaron la relación formal que existe entre ambos planteamientos, discutiendo las principales limitaciones de la teoría del 'portafolio', como es, por ejemplo, el considerar un único tipo de funciones de utilidad.

Teoría bayesiana de la decisión

La teoría bayesiana de la decisión se basa en el mismo principio básico que la teoría de la utilidad: maximizar la utilidad esperada. Cuando se hace referencia a la teoría bayesiana, no se hace referencia a cómo establecer la utilidad de las consecuencias de cada decisión para cada posible estado de la naturaleza (común con la teoría de la utilidad); se hace referencia a como establecer la utilidad esperada para todos los estados posibles. Así, de la misma forma que la teoría del 'portafolio' se puede considerar un caso particular de la teoría de la utilidad, ésta última la podemos considerar un caso particular de la teoría bayesiana de la decisión.

La teoría bayesiana considera que siempre existe información previa sobre el valor que puede tomar un determinado parámetro. Partiendo de esta idea, el análisis bayesiano no se basa en estimar valores, sino en actualizar la información previa existente (*a priori*), para obtener una información con mayor grado de credibilidad (*a posteriori*). Hasta ahora hemos venido diferenciando entre ambiente de riesgo e incertidumbre en función del conocimiento que teníamos de las probabilidades de ocurrencia de los estados de la naturaleza. En realidad es una distinción gratuita, pues nunca conoceremos esas probabilidades con exactitud, ni nunca tendremos absoluta ignorancia sobre ellas. Cuando tengamos que tomar decisiones estaremos siempre situados en una situación intermedia. Por ello, la primera reacción lógica será tratar de aumentar el conocimiento sobre las probabilidades de ocurrencia. Es en ese momento en el que entra en juego el enfoque bayesiano de decisión. El teorema de Bayes nos permite revisar coherentemente las probabilidades que inicialmente hayamos asignado, cada vez que incorporamos la información que aportan nuevas observaciones realizadas sobre los estados de la naturaleza. No vamos a revisar cómo medir esa información,

pues creo que ello se escapa al objetivo y a las posibilidades de este trabajo; en LINDLEY (1977), por ejemplo, se puede encontrar una sencilla introducción a ése y otros aspectos de la teoría bayesiana de la decisión.

Otros criterios de decisión

Hasta ahora, nos hemos referido a la toma de decisiones en ambiente de riesgo. En ambientes de incertidumbre se desconocen las probabilidades de ocurrencia de los posibles estados de la naturaleza, de modo que no es posible calcular la utilidad de cada decisión. La aplicación de la teoría de la utilidad, al igual que la del 'portafolio', se ve por lo tanto limitada a los ambientes de riesgo. Hablar de decisión en ambiente de incertidumbre sólo tiene sentido desde el análisis frecuentista. Desde un enfoque bayesiano, aun desconociendo las probabilidades de ocurrencia de los estados de la naturaleza, es posible atribuir probabilidades *-a priori-*, de forma que seguiríamos en un ambiente de riesgo (SMITH, 1988).

Sin embargo, si no se quieren establecer probabilidades subjetivas, por creer que estas no tienen sentido, por existir poca información previa o simplemente por criticismo de las probabilidades *a priori,* existen distintos criterios, conocidos en general como criterios de incertidumbre, por los que se puede optar. De entre ellos, los más clásicos son (MALLO *et al.,* 1987; BALLESTERO, 1983): de Laplace, de Wald (o minimax), maximax, de Savage, de Agrawal-Heady y de Hurwicz. Pese a que su utilización no esté plenamente justificada en situaciones de riesgo, como las que habitualmente debe afrontar la mejora genética animal, su sencillez los hace útiles para conocer las características de las decisiones y la mentalidad de las personas que las toman. Son criterios que parten del principio de que, una vez tomada la decisión, la realidad siempre la favorecerá (maximax), siempre se opondrá a ella (Wald, Savage, Agrawal-Heady) o se situará en una situación intermedia (Laplace, Hurwicz). Una descripción más detallada de sus fundamentos, con una referencia explícita a la mejora animal, se puede encontrar en ALFONSO *et al.* (1996).

Finalmente, queremos indicar que al margen del enfoque empleado, los procesos de toma de decisiones no siempre se realizan en base a un único criterio, sino que a veces es necesario considerar varios criterios simultáneamente. Así, por ejemplo, en las decisiones de un programa de mejora puede ser necesario tener en cuenta no sólo criterios técnicos, sino también económicos, sanitarios, etc. En esas situaciones, que se escapan al objetivo de este trabajo, sería aconsejable acudir a la teoría de la decisión multicriterio (ROMERO, 1993).

Algunas aplicaciones en Mejora Genética Animal

En mejora genética animal es habitual basarse en el valor genético de los animales, predicho a través de la metodología BLUP (mejor predictor lineal insesgado), para tomar las decisiones de selección. No obstante, no siempre es ese el mejor criterio que se puede considerar, pues su aplicación puede ir asociada a un aumento de la consanguinidad y una reducción de la respuesta a largo plazo. Como se ha indicado en la introducción, es recomendable que las decisiones a tomar en mejora genética animal consideren la varianza de la respuesta genética esperada como una medida del riesgo que encierra un proceso de selección.

Para obtener la máxima respuesta genética con mínimo incremento de consanguinidad o en general varianza mínima se han planteado distintas estrategias (véase por

ejemplo la revisión de MEUWISSEN y WOOLLIAMS, 1994). En algunos casos esas estrategias han sido analizadas utilizando elementos de la teoría de la decisión, básicamente de la teoría de la utilidad al situarse en un contexto de riesgo.

La mezcla de los factores que influyen sobre la varianza de la respuesta con las estrategias planteadas, para minimizar su riesgo, puede producir cierta confusión al revisar cuáles han sido las principales aplicaciones de la teoría de la decisión en mejora animal. Por eso, vamos a desarrollar esta revisión simplemente planteando las principales preguntas a las que se ha buscado respuesta: 1. ¿Qué dosis seminales utilizar en una explotación de vacuno lechero?; 2. ¿Qué animales seleccionar en un esquema de mejora?; 3. ¿Qué esquema de mejora escoger?; 4. ¿Cómo realizar apareamientos asociativos?; 5. ¿Qué modelo de evaluación genética utilizar?

1. ¿Qué dosis seminales utilizar en una explotación de vacuno lechero?

Pese a no tener una relación directa con la mejora, el trabajo de SCHNEEBERGER y FREEMAN (1980) es posiblemente el inicio de las aplicaciones de la teoría de la decisión en mejora animal, concretamente desde el enfoque de la teoría del 'portafolio'. En él se analizó si las funciones de utilidad podían ser una herramienta útil para ayudar a decidir a un ganadero de vacuno lechero cómo cubrir las vacas no destinadas a producir terneras de reposición. Escoger un toro de una raza cárnica especializada implica obtener un ternero con un alto valor económico, pero utilizar un toro de doble aptitud puede compensar por las menores pérdidas ocasionadas por partos difíciles. Los resultados indicaron que efectivamente las funciones de utilidad podían ayudar en la toma de decisiones, de modo que su uso fue extendido por los mismos autores a otras situaciones.

Así, posteriormente estimaron distintas funciones de utilidad para el semen de toros Holstein en función de las ventas realizadas por distintos centros de inseminación y analizaron la actitud de sus clientes (SCHNEEBERGER *et al.*, 1981). Sin entrar a detallar cómo estimaron esas funciones de utilidad, podemos indicar que se basaron en los valores de mejora de los toros y su repetibilidad (como medida de la precisión con que se habían calculado). Es decir, que haciendo referencia a un tamaño y una estructura medios, correspondientes a los clientes analizados, evaluaron la importancia de la precisión en la elección de las dosis seminales. La conclusión general fue que la compra del semen se basaba fundamentalmente en la ganancia esperada, aunque se podía observar cierta tendencia a presentar aversión al riesgo. Aplicando la teoría del 'portafolio', SCHNEEBERGER *et al.* (1982) concluyeron que el ganadero de vacuno de leche puede decidir qué dosis seminales utilizar de acuerdo a su propia ponderación de los ingresos esperados y de la varianza de esos ingresos.

Un planteamiento similar existe en el trabajo de ROGERS (1990). En él, se desarrolló una función de utilidad con el objetivo de comparar el semen de distintos toros de raza Holstein. Para ello, se estableció la utilidad del semen (SU), teniendo en cuenta caracteres de producción y tipo, y el precio del semen, según:

$$SU = ENM - RAF\,(1-R)V$$

siendo RAF el coeficiente de aversión al riesgo; R la repetibilidad media (en el sentido anteriormente indicado de medida de la precisión de los valores genéticos predichos) para los caracteres de producción y tipo; y V la varianza empírica del mérito

neto esperado por unidad de dosis seminal (ENM), calculado este último según:

$$ENM = (1/N)\,(EV)\,(DF)\,(\mathbf{b'p}) - (C\text{-}CNAI)$$

donde N es el número medio de dosis de semen requerido para producir una ternera productiva; EV el valor económico neto tipificado por producción; DF un coeficiente de descuento que permite tener en cuenta el tiempo de retorno y el flujo de genes; **b** el vector de los coeficientes del objetivo de mejora tipificados por producción; **p** el vector de los valores de los toros para producción y tipo, en la primera evaluación de monta natural; C el coste de cada unidad de semen; y CNAI el coste de una monta natural.

La utilidad del semen viene así determinada no sólo por el mérito genético del toro y la precisión con que éste se calculó, sino también por parámetros productivos y económicos como el manejo reproductivo de las vacas, el precio de las dosis seminales, la tasa de interés, etc... Recordemos que la teoría del 'portafolio' pretende aglutinar, en un único valor y para cada posible decisión, la consecuencia de distintas actividades.

Tras estimar la utilidad del semen de 381 toros activos y disponibles en inseminación artificial, los resultados mostraron que los índices PD$ ('Predicted Difference Dollar' de la Asociación Holstein de Estados Unidos) no ordenaban los toros de acuerdo a la utilidad calculada. El orden de los toros fue además bastante robusto frente a grandes variaciones en la aversión al riesgo, aunque se mostró más sensible a otros parámetros como el número medio de dosis de semen necesarios para producir una ternera productiva, parámetro muy variable entre explotaciones.

Posteriormente, NASH y ROGERS (1995) maximizaron esa misma función, bajo determinadas restricciones, para comparar la utilidad del semen de toros probados y no probados, concluyendo lo que racionalmente cabía esperar: cuanto menor sea el precio del semen de los toros no probados respecto al de los probados, y menor sea el presupuesto a dedicar a las dosis de semen, más favorable es la opción de utilizar machos sin probar.

2. ¿Qué animales seleccionar en un esquema de mejora?

Desde un punto de vista más general que el revisado en el apartado anterior, KLIEVE *et al.* (1993) analizaron la importancia de la precisión en la selección de los animales. Su objetivo fue evaluar la repercusión que, sobre la respuesta genética, tiene el proceder de ciertos mejoradores al considerar la precisión de las evaluaciones genéticas para seleccionar sus animales.

Para ello se basaron en funciones analíticas de utilidad. El punto de partida fue asumir que los mejoradores, cuyo comportamiento analizaron, basaban la selección en un índice del tipo: $I_i = EBV_j + b \cdot r_i$, siendo I_i el índice correspondiente al animal i-ésimo, EBV_j el valor genético predicho para ese animal, r_i la precisión con que se había calculado ese valor y b un coeficiente de ponderación de esa precisión. Considerando distintos valores de b calcularon la respuesta esperada y su varianza en dos poblaciones con distinto rango de valores de precisión. Finalmente, definieron la utilidad como función de la respuesta esperada y su varianza, a través de varias funciones relacionadas con la función exponencial que, en función del valor de b, reflejaban distintas actitudes ante el riesgo.

Los resultados mostraron, como era de esperar, que la máxima respuesta correspondía a aquellas funciones de utilidad que eran indiferentes al riesgo, es decir, la alcanzaban aquellos mejoradores que no tenían en cuenta la precisión para seleccionar los animales. No obstante, el resultado más relevante fue mostrar que existía un rango de ponderación de la precisión en el que la respuesta genética se veía poco afectada. Es posible, por tanto, sentir aversión o preferencia por el riesgo sin que la respuesta genética esperada se vea relevantemente comprometida.

Se puede argumentar que basar la selección en un índice como el referido es criticable por el hecho de considerar de forma redundante la precisión con que se calculan los valores genéticos, pero en realidad, se trata de ponderar en mayor o menor medida la precisión, pues no todos los mejoradores tienen por qué mostrar la misma actitud ante el riesgo que implica trabajar con poblaciones de pequeño tamaño.

WOOLLIAMS y MEUWISSEN (1993) comparten la misma idea y comparan las decisiones de selección basadas en los valores genéticos BLUP, con las basadas en funciones de beneficios que penalizan los errores de predicción de esos valores. Parten para ello de un enfoque bayesiano considerando individualmente el beneficio esperado para cada animal en vez de considerar el beneficio de cada posible combinación de animales seleccionados. De este modo, consideran que el beneficio de cada animal depende también de la probabilidad de ser seleccionado. Su regla de decisión es por tanto maximizar el beneficio esperado a partir de la distribución posterior de los valores BLUP, que es una distribución normal multivariada con media el vector de las estimas BLUP de todos los animales y varianza la matriz de varianzas y covarianzas de los errores de predicción. Esa regla se traduce en seleccionar los animales situados en un determinado percentil de esa distribución posterior, de modo que escogiendo uno u otro percentil se pueden acomodar distintas actitudes ante el riesgo. Ésa es posiblemente la mayor ventaja de su planteamiento, pues de ese modo no se tiene que hacer referencia a una actitud común a todos los decisores. No obstante, eso sólo es posible para funciones de beneficio sencillas.

Un aspecto discutible del planteamiento de WOOLLIAMS y MEUWISSEN (1993) es el trabajar con funciones de beneficio en vez de trabajar con funciones de utilidad. Consideran que las pérdidas debidas a la incertidumbre con que se conoce el verdadero valor genético de los animales pueden ser lineales o cuadráticas, pero por sencillez proponen asumir, en la práctica, pérdidas lineales. Aunque las funciones de beneficio basadas en pérdidas cuadráticas tienen su equivalencia en funciones de utilidad, no está claro que las funciones basadas en pérdidas lineales expliquen correctamente la utilidad de seleccionar un determinado conjunto de animales.

3. ¿Qué esquema de mejora escoger?

MEUWISSEN (1991) utilizó la teoría de la utilidad para comparar distintas estrategias de selección en vacuno lechero. Su interés fue comparar los núcleos MOET (basados en la ovulación múltiple y transferencia de embriones) con las tradicionales pruebas de descendencia. Para ello, calculó el progreso genético (ΔG) esperado en distintas situaciones, así como su varianza ($V[\Delta G]$), y estableció la utilidad esperada según la siguiente función cuadrática:

$$U(\Delta G) = \Delta G - \lambda(\Delta G)^2,$$

de esperanza:

$$E[U(\Delta G)] = E[\Delta G] - \lambda\, V[\Delta G] - \lambda\, (E[\Delta G])^2$$

Como resultado obtuvo que sólo expresando una total aversión al riesgo en núcleos muy pequeños, una prueba de descendencia puede ser una estrategia mejor que un núcleo MOET, pues en el resto de situaciones la utilidad esperada en los núcleos MOET era superior a la utilidad esperada en las pruebas de descendencia.

Como el mismo autor indica con posterioridad (MEUWISSEN y WOOLLIAMS, 1994), los resultados de su trabajo son criticables por el modo como se estableció el coeficiente de aversión al riesgo. Se usaron dos valores de aversión al riesgo que se dedujeron del valor máximo que puede tomar, dado por la expresión:

$$\lambda(\text{máx.}) = 1/[2\,\Delta G\,(\text{máx}) + \\ + 4\,\{V(\Delta G(\text{máx}))\}^{1/2}]$$

De esta forma la función de utilidad depende del propio esquema de selección y no únicamente del riesgo, cuando lo deseable es que sólo fuese función de la actitud frente al riesgo. Proceder de este modo implica que no existe ningún otro esquema de selección que permita alcanzar una respuesta genética mayor. Eso, evidentemente, no tiene por qué ser cierto, de modo que si existiese y lo consideráramos, variaría el coeficiente de aversión al riesgo. Consecuentemente, también variaría la utilidad esperada de todos los esquemas inicialmente considerados, pudiendo llegar a una decisión distinta sobre qué esquema emplear.

Posteriormente aparece el trabajo de WYLER *et al.* (1994) cuyo objetivo es semejante al de MEUWISSEN (1991): comparar distintos núcleos de selección de cabras en relación al número de machos, hembras y valores de heredabilidad. Para ello emplearon dos tipos de funciones distintas, funciones cuadrática y exponencial. La función cuadrática coincide con la de MEUWISSEN (1991) y la exponencial viene determinada por la expresión: $U = -e^{-\lambda\Delta G}$, de esperanza: $E[U(\Delta G)] = E[\Delta G] - (\lambda/2)\,V[\Delta G]$

Los valores del coeficiente de aversión al riesgo se derivaron para la función cuadrática de forma análoga a la de MEUWISSEN (1991), y para la exponencial en función del precio (hipotético) del semen de toros lecheros.

Los resultados mostraron que la decisión de qué núcleo escoger dependía tanto de la función empleada como de la aversión al riesgo que se mostraba. Un resultado interesante fue comprobar como en las funciones cuadráticas el rango de valores admisibles para el coeficiente de aversión al riesgo puede ser muy pequeño y por lo tanto es posible que esas funciones no siempre recojan correctamente la conducta de los mejoradores.

Apuntábamos, al presentar la teoría de la utilidad, que existen objeciones a la capacidad de las funciones de utilidad cuadrática para explicar comportamientos de decisión realistas (SMITH y HAMMOND, 1987b). No obstante, no está claro que las funciones exponenciales presenten mayor capacidad. Su principal limitación estriba en mostrar una aversión constante al riesgo, independiente al nivel de respuesta (beneficio) esperado (ZUHAIR *et al.*, 1992). Ya comentamos que no existe ninguna función que presente propiedades superiores ante cualquier situación. Por tanto, es recomendable utilizar varias funciones (de distinto tipo y con distintos coeficientes de aversión al riesgo) antes de emplear una de ellas para decidir entre distintas estrategias de selección.

4. ¿Cómo realizar apareamientos asociativos?

SMITH y HAMMOND (1987a) evaluaron el interés de realizar apareamientos asociati-

vos para aumentar la respuesta genética de un esquema de selección a corto plazo. En ese trabajo, ratificando el conocimiento previo existente, mostraron que la respuesta genética se puede incrementar de forma significativa, especialmente cuando la intensidad de selección es baja y alta la heredabilidad.

Partiendo del interés de ese tipo de apareamientos, analizaron, en un trabajo inmediatamente posterior (SMITH y HAMMOND, 1987b), cómo llevarlos a cabo. Realizar apareamientos asociativos es sencillo en la práctica, pues consiste simplemente en seleccionar y aparear en función del valor genético predicho. No obstante, existen dos aspectos que pueden complicar su realización: ¿se debe limitar el número de apareamientos en los que debe participar un mismo animal? ¿son comparables valores genéticos predichos con distinto error de predicción? A la primera pregunta dan respuesta estableciendo restricciones y aplicando técnicas de programación lineal. Para responder a la segunda pregunta acuden a las teorías del 'portafolio' y la utilidad.

Sin hacer ninguna aplicación práctica, SMITH y HAMMOND (1987b) proponen plantear el problema de la selección con apareamientos asociativos en buscar el máximo de la función:

$$\sum_{ij} x_{ij} E\left[U(a_{ij})\right]$$

bajo las restricciones:

$$\sum_{ij} x_{ij} = N \; ; \; \sum_{i} x_{ij} \leq 1 \quad \forall j \; ; \; \sum_{j} x_{ij} = n_i$$

donde i representa el macho i-ésimo y j la hembra j-ésima; x_{ij} es una variable 0 o 1; $E[U(a_{ij})]$ es la utilidad esperada del valor genético de sus descendientes (a_{ij}); N el número de apareamientos a seleccionar; y n_i el número máximo de apareamientos del macho i.

La novedad del planteamiento está en la incorporación de una función de utilidad en la expresión a maximizar. En realidad, se propone maximizar la utilidad total representada como la suma de las utilidades de los individuos de la población seleccionada. La cuestión a resolver es qué función de utilidad se debe emplear. Ellos proponen, desde la perspectiva de la teoría del 'portafolio', el uso de una función exponencial, concretamente la función:

$$U(a_{ij}) = \alpha + \beta \exp(\lambda a_{ij}) \quad ; \beta>0 \, , \, \lambda>0$$

que es una función convexa y refleja por lo tanto afición por el riesgo.

La afición por el riesgo se justifica por la necesidad de premiar a los individuos extremos positivos. En una población grande, mostrar afición por el riesgo implica que, de entre dos apareamientos con igual valor genético predicho, escojamos el de mayor varianza de predicción, premiando la posibilidad de que aparezcan individuos extremos (WOOLLIAMS y MEUWISSEN, 1993), objetivo perseguido por los apareamientos asociativos. Realizar apareamientos asociativos es una práctica de riesgo, aunque ese riesgo se pueda moderar.

5. ¿Qué modelo de evaluación genética utilizar?

ALFONSO *et al.* (1996) utilizaron la teoría de la decisión con el objetivo de comparar distintos modelos de evaluación genética de la prolificidad en porcino. Dado que es posible que exista heterogeneidad genética entre el tamaño de camada de diferentes partos de

una misma cerda, plantearon como objetivo decidir qué modelo utilizar en el proceso de selección de una determinada población por ese carácter: un modelo multicarácter o un modelo clásico con repetibilidad. Simulando repetidamente los valores aditivos con los parámetros genéticos estimados con ambos modelos en la población que consideran, calcularon la esperanza y la varianza de la respuesta genética alcanzada. Tras ello aplicaron diferentes criterios de decisión tanto en ambiente de riesgo como de incertidumbre.

En contexto de riesgo emplearon funciones de utilidad cuadráticas y exponenciales. Para las cuadráticas operaron como MEUWISSEN (1991) para establecer la actitud frente al riesgo. Para las exponenciales, siendo $E[R_1]$ y $E[R_2]$ las esperanzas y $V[R_1]$ y $V[R_2]$ las varianzas respectivas de las respuestas extremas R_1 y R_2 ($E[R_1]>E[R_2]$), el coeficiente de aversión al riesgo se estableció en función de sus utilidades esperadas {$E[U(R_1)]$ y $E[U(R_2)]$} según la siguiente expresión:

$$\lambda = 2 \cdot \{E[R_1]\, E[U(R_2)] - E[R_2]\, E[U(R_1)]\} / \{V[R_1]\, E[U(R_2)] - V[R_2]\, E[U(R_1)]\}$$

Dado que al aumentar la respuesta aumentaba su varianza, la utilidad esperada de las respuestas extremas se estableció considerando que el cociente entre esas utilidades era arbitrariamente menor que el cociente entre sus respectivas respuestas esperadas.

Ambas funciones condujeron a la misma decisión: utilizar un modelo con repetibilidad. El mismo resultado se alcanzó en contexto de incertidumbre, en el que usaron distintos criterios mencionados en este trabajo (Wald, Savage, Laplace, etc.). Sólo criterios absolutamente pesimistas como el de Wald sugirieron el uso del modelo multicarácter.

El hecho de que la mayoría de criterios sugiriesen que el modelo con repetibilidad era el más apropiado estuvo en parte condicionado, por la escasa credibilidad otorgada a los parámetros genéticos estimados bajo la hipótesis de heterogeneidad genética entre la prolificidad de distintos partos de una misma cerda.

La principal objeción que se puede presentar al planteamiento de ALFONSO *et al.* (1996) es, posiblemente, la forma de establecer los coeficientes de aversión al riesgo. Para la función cuadrática la objeción es análoga a la indicada al revisar el trabajo de MEUWISSEN (1991): no se tuvo en cuenta, por ejemplo, que para otros parámetros genéticos la respuesta genética podía ser mayor. Esa objeción se acentúa al referirnos a la función exponencial, pues en ese caso, además, las utilidades esperadas se compararon arbitrariamente asumiendo que cuanto mayor era la respuesta, menor era su utilidad.

Desgraciadamente, cuando no exista ningún análisis previo de la actitud ante el riesgo, siempre será objetable el procedimiento empleado para establecer los valores de los coeficientes de aversión ante el riesgo.

Discusión

Desde un punto de vista empresarial es evidente que la mejora genética de cualquier población animal es una actividad de riesgo. Ese riesgo no sólo nace de los condicionantes externos a un programa de mejora como por ejemplo el riesgo de establecer unos objetivos de mejora inadecuados, sino que es inherente al propio esquema de mejora. Habitualmente se ha intentado evi-

tar trabajando con poblaciones grandes, pero es evidente que no siempre es posible y además no siempre es suficiente.

Por ejemplo, la decisión de cuáles son las dosis seminales que se deben utilizar en una explotación de vacuno lechero es más sencilla en una explotación de gran tamaño: se puede pensar en escoger simplemente los toros con mejor valor genético predicho. No obstante, la mayor parte de explotaciones son de tamaño reducido, de modo que no es racional ser indiferente ante el riesgo. Como hemos visto en estas situaciones emplear criterios de decisión que permitan modelar distintas actitudes ante el riesgo es una vía útil para decidir qué dosis seminales adquirir. En este sentido se puede pensar en la posibilidad de incorporar en los catálogos de toros la utilidad del semen calculada para distintos grados de riesgo, de modo que los productores de vacuno lechero puedan acomodar el riesgo que están dispuestos a asumir y comparar así toros evaluados con distintas precisiones (WOOLLIAMS y MEUWISSEN, 1993).

Trabajar con poblaciones de gran tamaño no es además garantía suficiente para que nuestras decisiones estén exentas de riesgo. En los esquemas de mejora modernos, el mayor uso que se da a la información familiar a través del BLUP repercute sobre el aumento de la consanguinidad, aumentando la varianza de la respuesta. Esa varianza también se ve afectada por el mayor número de parámetros genéticos que es necesario estimar cuando el número de caracteres implicados en el objetivo global de selección aumenta y se consideran modelos genéticos cada vez más complejos. Además, el uso del BLUP hace que la precisión con que se predice el valor genético varíe más entre animales, apareciendo un factor de riesgo diferencial en su elección como futuros reproductores.

Por otra parte, la utilización de técnicas como la inseminación artificial o la ovulación múltiple y transferencia de embriones hacen que se seleccione un número menor de animales, por lo que se reduce el tamaño efectivo de la población. Estas nuevas situaciones se deben tener en cuenta al decidir entre esquemas y modelos de evaluación genética. Así, tomando como ejemplo el vacuno de leche, se acepta en general, que el incremento de consanguinidad debe ser menor a un 0,5% anual y que el coeficiente de variación de la respuesta genética no debe ser mayor de un 5-10% tras 10 años de selección (NICHOLAS, 1989), pero no es evidente comparar distintos esquemas entre sí. La aportación de la teoría de la decisión es permitir hacer esa comparación de forma racional.

Otra aportación interesante de la teoría de la decisión es que permite conocer mejor la mentalidad que existe detrás de determinadas decisiones que se toman en mejora. Así, por ejemplo, permite ver que realizar apareamientos asociativos es una actividad que muestra afición por el riesgo. No obstante, la mayor parte de decisiones que se toman en mejora genética animal presentan indiferencia ante el riesgo, o a lo sumo cierto grado de aversión. Nunca muestran absoluta aversión. Es ilustrativo ver que ante la elección de los reproductores sí se suele mostrar aversión al riesgo, pero ésta es en ocasiones menor a la que en principio se podía presumir (SCHNEEBERGER *et al.*, 1981).

Existen otras muchas decisiones de mejora en las que sería útil emplear alguno de los enfoques que hemos revisado. Por ejemplo, podría ser interesante emplearlos para decidir el número y el origen de los animales que se debe de tener en control de producciones. Pongamos como ejemplo un programa de porcino en el que se controlan los rendimientos productivos (crecimiento

magro fundamentalmente) de un determinado número de animales de los núcleos de selección. Técnicamente, la situación ideal es controlarlos todos para alcanzar la máxima intensidad de selección, pero el coste económico que ello implica no necesariamente compensa la mayor respuesta genética esperada producto de esa mayor intensidad de selección. Si la intensidad de selección fuese el único parámetro afectado, posiblemente la solución al problema no pasaría por consideraciones de riesgo, pero el hecho de no controlar todos los animales implica que también se puede ver afectado el tamaño efectivo de la población, y por lo tanto surge un riesgo que sería útil acomodar empleando, por ejemplo, la teoría de la utilidad.

Otras decisiones como cuál es el error que estamos dispuestos a asumir en la estimación de parámetros genéticos, cuál es el interés de utilizar criterios de selección disponibles a edades tempranas pero sólo moderadamente correlacionados con los objetivos de mejora, o cuál es el interés de importar animales de distintos orígenes en un núcleo de selección, también podrían analizarse utilizando elementos de la teoría de la decisión.

Respecto a cómo afrontar la toma de decisiones, podemos indicar lo siguiente. Lo primero que deberíamos hacer es establecer los sucesos que pueden ocurrir y las decisiones que se pueden tomar. En segundo lugar deberíamos calcular el beneficio o la pérdida esperada para cada decisión y suceso posibles. En este momento, si pensáramos que no existe información sobre la probabilidad de ocurrencia de los distintos sucesos podríamos utilizar *criterios de decisión en ambiente de incertidumbre* (por ejemplo, haciendo mínima la máxima pérdida). En tercer lugar, deberíamos establecer una o varias funciones de utilidad que recogiesen nuestro comportamiento de decisión. Podríamos establecer esa función de acuerdo a lo que nosotros creyéramos más racional, adoptando las pautas de la *teoría del 'portafolio'*, o podríamos considerar funciones que cumpliesen una serie de propiedades deseables para explicar el comportamiento de decisión, basándonos en la *teoría de la utilidad*. En cuarto lugar deberíamos calcular la utilidad esperada para cada decisión, que será función de la probabilidad de ocurrencia de los sucesos posibles y de la utilidad de la consecuencia de cada decisión para cada suceso. Para realizar ese cálculo podríamos asumir que la utilidad de cada consecuencia fuese independiente de la probabilidad de ocurrencia, y por tanto establecer su valor de forma separada, o podríamos analizar la función de distribución conjunta de ambos en base a la *teoría bayesiana de la decisión*. Finalmente deberíamos decidir de acuerdo al siguiente principio: la única forma razonable de tomar una decisión es maximizar la utilidad esperada (LINDLEY, 1977).

Pese a que se puede afirmar que, teóricamente, el enfoque bayesiano es preferible al resto de enfoques revisados, no siempre son esperables diferencias lo suficientemente grandes como para justificar su mayor dificultad de aplicación. Como ejemplo se pueden comparar los trabajos de SCHNEEBERGER *et al.* (1982), KLIEVE *et al.* (1993) y WOOLLIAMS y MEUWISSEN (1993), que evalúan la importancia que tiene, en las decisiones de selección, la precisión de las evaluaciones genéticas, y partiendo de enfoques distintos, de la teoría del 'portafolio', de la teoría de la utilidad y de la teoría bayesiana, respectivamente, llegan a resultados similares. De este modo, podemos considerar que maximizar la utilidad esperada asignando probabilidades de ocurrencia a los sucesos posibles, independientemente de la utilidad que pre-

sente cada decisión para cada uno de ellos, puede ser un enfoque adecuado para la mayor parte de decisiones que se deben tomar en mejora genética animal.

Agradecimientos

Quiero agradecer los comentarios de Joan Estany Illa y de uno de los evaluadores del trabajo, así como la ayuda de la DGICYES (PR95-404) que hizo posible su redacción.

Bibliografía

ALFONSO, L., NOGUERA, ,BABOT, D., ESTANY, J. 1996. Elección entre un modelo unicarácter y multicarácter en la selección por prolificidad en cerdos. *Investigación Agraria (Serie Sanidad y Producciones Ganaderas)* (en prensa).

BALLESTERO, E. 1983. *Principios de economía de la empresa.* Alianza Editorial. Madrid, 672 p.

BERGER, J.O. 1985. *Statistical Decision Theory and Bayesian Analysis.* Springer-Verlag, New York, 617p.

KAYLEN, M.S., PRECKEL, P.V., LOEHMAN, E.T. 1987. Risk modeling via direct utility maximization using numerical quadrature. *Amer. J. Agr. Econ.* 69: 701-706.

KLIEVE, H.M., KINGHORN, B.P., BARWICK, S.A. 1993. The value of accuracy in making selection decisions. *J. Anim. Breed. Genet.,* 110:1-12.

LINDLEY, D.V. 1977. *Principios de la teoría de la decisión.* Ed. Vicens-Vives. 220 p.

MALLO, F., MURES, M.J., HUERGA, C. 1987. *Decisión empresarial: técnicas operativas y principios de racionalidad y coherencia.* Universidad de León. Servicio de Publicaciones, 352 p.

MEUWISSEN, T.H.E. 1991. Expectation and variance of genetic gain in open and closed nucleus and progeny testing schemes. *Anim. Prod.* 53: 133-141.

MEUWISSEN, T.H.E., WOOLLIAMS, J.A. 1994. Response versus risk in breeding schemes. *Proc. 5th World Congress on Genetics Applied Livestock Production,* Guelph. XVIII: 236-243.

NASH, D.L., ROGERS, G.W. 1995. Herd sire Portfolio selection: a comparison of rounded linear and integer programming. *J. Dairy Sci.,* 78:2486-2495.

NICHOLAS, F.W. 1989. Incorporation of new reproductive technology in genetic improvement programs. *En: Evolution and animal breeding. (Eds.) W.G.-Hill y T.F.C. Mackay.* CAB International, Wallingford.

PRIETO, E. 1973. *Teoría de la inversión: decisiones de inversión en ambiente de certidumbre, riesgo e incertidumbre.* Ediciones ICE. Madrid, 272 p.

ROGERS, G.W. 1990. A utility function for ranking sires that considers production, linear type traits, semen cost, and risk. *J. Dairy Sci.* 72: 532-538.

ROMERO, C. 1993. *Teoría de la decisión multicriterio: Conceptos, técnicas y aplicaciones.* Alianza Editorial, Madrid. 195 p.

SCHNEEBERGER , M., FREEMAN, A.E. 1980. Application of utility functions to results of a crossbreeding experiment. *J. Anim. Sci.* 50:821-827.

SCHNEIBERGER , M., FREEMAN, A.E., BOEHLJE, M.D. 1981. Estimation of utility functions from semen purchases from Holstein sires. *J. Dairy Sci.* 64:1713-1718.

SCHNEEBERGER , M., FREEMAN, A.E., BOEHLJE, M.D. 1982. Application of Portfolio Theory to dairy sire selection. *J. Dairy Sci.* 65:404-409.

SMITH, J.Q. 1988. *Decision Analysis: A Bayesian approach.* Chapman and Hall, London, 138 p.

SMITH, S.P., HAMMOND, K. 1987a. Assortative mating and artificial selection: a second appraisal. *Gen. Sel. Evol.* 19: 181-196.

SMITH, S.P., HAMMOND, K. 1987b. Portfolio theory, utility theory and mate selection. *Gen. Sel. Evol.* 19: 321-326.

WOOLLIAMS, J.A., MEUWISSEN, T.H.E. 1993. Decision rules and variance of response in breeding schemes. *Anim. Prod.* 56:179-186.

WYLER, A., HAGGER, C., STRANZINGER, G. 1994. Different risk-utility functions in animal breeding. Proc. *5th World Congress on Genetics Applied Livestock Production,* Guelph. XVIII: 244-247.

ZUHAIR, S.M.M., TAYLOR, D.B., KRAMER, R.A. 1992. Choice of utility function form: its effect on classification of risk preferences and the prediction of farmer decisions. *Agric. Econ.,* 6:333-344.

(Aceptado para publicación el 5 de mayo de 1997)