ITEA (2000), Vol. 96A N.° 3, 199-219

LA PERSPECTIVA BAYESIANA. TRES NUEVOS DIÁLOGOS ENTRE HYLAS Y FILONÚS

A. Blasco

Departamento de Ciencia Animal, Universidad Politécnica de Valencia, España

Nota preliminar

Los diálogos entre Hylas y Filonús fueron descubiertos por el obispo Berkeley (a quien una famosa Universidad debe su nombre) a principios del siglo XVIII. Berkeley quedó tan impresionado por las argumentaciones de Filonús (sin duda un seudónimo, como luego aclararé), que basó su filosofía en los razonamientos encontrados en los diálogos. Su libro *Tratado sobre los Principios del Conocimiento Humano* no es otra cosa que un desarrollo de los motivos que expone Filonús para dudar de que se pueda llegar a un conocimiento real del mundo, e incluso de que exista otro mundo distinto del de las impresiones sensibles que recibimos. Durante muchos años ha sido una tarea favorita entre los filósofos de todas las escuelas el rebatir a Filonús, pero las argumentaciones de este protagonista de los diálogos son mucho más difíciles de refutar de lo que parece a primera vista. Curiosamente una refutación a Filonús la ofrece el propio Hylas, y se encuentra recogida en otros tres diálogos que exhumó el conocido filósofo de la ciencia Mario Bunge, si bien ciertos motivos que expondré más adelante me hacen sospechar que son en parte apócrifos. Andaba yo ocupado en discernir qué parte de los diálogos publicados por Bunge podían ser considerados auténtica transcripción de las conversaciones entre Hylas y Filonús, y qué parte debía desecharse como añadida por copistas posteriores, cuando di con una serie de apuntes de caligrafías diversas, que reconstruían otros diálogos que tuvieron lugar por la misma época. La dificultad de la reconstrucción radica en que los fragmentos recuperados no llegan en orden, por lo que lo que yo propongo aquí es el que me parece más lógico para seguir las argumentaciones, aunque queda el campo abierto a otros investigadores para proponer no sólo un orden distinto, sino para añadir algunos párrafos a los que yo no encontré lugar, o a interpretar las ausencias e hilarlas mejor con los discursos conservados.

En el primer diálogo Filonús plantea el problema de la inducción a partir de un argumento de Hylas (contenido en el tercer diálogo recogido por Bunge), que le parece poco convincente. En opinión de Hylas la inducción es posible porque si no fuera así no sería tampoco posible la ciencia ni la técnica. Filonús le hace ver que la seguridad en las predicciones científicas es imposible, lo que Hylas admite de mal grado, aunque contrarresta la argumentación de Filonús aduciendo que al menos podemos conocer las cosas de forma probable. Aquí sobreviene una incursión dialéctica sobre lo que podemos entender por probabilidad, y Filonús, cuyo nombre significa "ligado a la mente"[1],

1. Lo que obviamente hace pensar que tanto su nombre como el de Hylas son meros seudónimos.

le hace ver a Hylas que sólo considerando la probabilidad como un grado de creencia personal es posible la inducción. Esto sorprende a Hylas (cuyo nombre quiere decir "ligado a la materia), a quien le parece que un grado de creencia personal es inadmisible para inferir algo de la Naturaleza, pero a lo largo del diálogo va comprendiendo los inconvenientes de considerar la probabilidad de manera externa al investigador. Finalmente acepta que la probabilidad sea definida en sentido amplio como este estado de creencias, pero marcha preocupado por las consecuencias que tiene para la ciencia y la interpretación del mundo la transformación de una herramienta que él creía objetiva en un medidor de la incertidumbre de tipo subjetivo. En el segundo diálogo Hylas confiesa a su amigo Filonús su desazón por no poder huir del subjetivismo al ocuparse de algo tan aparentemente objetivo como la actividad científica, y en particular por la necesidad de recurrir a opiniones previas sobre los resultados que se van a obtener, expresadas a menudo en forma vaga, pero Filonús le hace ver que precisamente el uso de esa información previa, aunque sea irrelevante, permite usar la probabilidad para precisar la incertidumbre asociada a los experimentos, lo que no es posible usando otras teorías. Cuando parece que todo haya concluido, resuelto el problema de la inducción, en el tercer diálogo Hylas objeta a Filonús que los métodos de creencias acaban siempre por asumir indirectamente hipótesis no contrastadas. Filonús repara en que las razones de Hylas son válidas, pero también en que, de admitirlas, aunque la actividad científica todavía sería posible sobre bases racionales, quedaría sin resolver el problema de la inducción. Ambos parten preocupados, prometiendo reunirse para continuar indagando sobre la cuestión.

He agrupado arbitrariamente los diálogos en tres, porque así lo hizo Berkeley y así lo repitió Bunge, pero responden más que a un orden temático que al desarrollo de la discusión tal y como infiero que se produjo. El lector que quiera conocer mejor los argumentos de los protagonistas, puede recurrir a las ediciones de los diálogos previos que se encuentran en las editoriales Alianza y Ariel, recuperados por Berkeley y Bunge respectivamente. En algún momento he tenido que rellenar los huecos encontrados en los manuscritos, anotando el tema que se introducía en la discusión, aunque han sido pocas las veces que me visto obligado a interrumpir la conversación. Las notas a pie de página son enteramente mías.

Primer diálogo

– *Hylas.* ¡Buenos días, Filonús! ¿Cuál ha sido el resultado de tus meditaciones? ¿Admites ya que podemos conocer más cosas de las que los sentidos nos muestran? ¿O por el contrario aún piensas que el mundo material nos es desconocido?

– *Filonús.* Lo admito, Hylas, y admito que podemos concluir que hubo hechos hace muchos años de los que nadie fue consciente, que podemos construir entes como los números irracionales, que nadie ha percibido[2], y que tenemos información innata[3] que no procede de nuestras percepciones. Pero

2. Estos argumentos se recoge en el primero y segundo diálogo de los publicados por M. Bunge, respectivamente.

3. Este argumento no figura en ninguno de los diálogos recogidos. Pertenece probablemente a un fragmento perdido.

usaste ayer[4], querido amigo, un argumento que me inquietó tanto que no he podido apartarlo de mi cabeza desde que nos separamos. Me dijiste que podíamos inferir una ley de la Naturaleza a partir de la inducción de numerosísimos casos particulares[5].

– *Hylas.* Y así lo creo. ¿Cómo si no funcionarían las ciencias? ¿Cómo podríamos construir puentes sin la incertidumbre de que no fueran a caer, despeñando a todos los que sobre él se encuentran, si nuestra experiencia no nos mostrara las condiciones que los hacen seguros? ¿Podrías vivir en la incertidumbre de si el Sol saldrá mañana?[6].

– *Filonús.* Entiendo, Hylas, las dificultades que negar tu razonamiento entraña, pero no encuentro inconveniente en afirmar que es posible que el Sol haya desaparecido ya y no lo sepamos hasta dentro de los escasos minutos que tarda su luz en llegar hasta nosotros[7]. Mi fe en que el nuevo puente no caerá no ha impedido que cayeran otros, y sólo podría decirte que si vivo sin esas preocupaciones se debe a que mi naturaleza no me hace el pensar en ellas, y actúo como si supiera cierto lo que no sé ni tan siquiera como probable, y no me inquieto pensando en que el Universo pueda consumirse hoy o mañana[8]. No comprendo cuál es la regla que, según tu parecer, Dios ha creado para que al enumerar varios casos particulares podamos inferir sobre los casos que no conocemos.

– *Hylas.* Admito, Filonús, que no podamos hablar con la seguridad de quien tiene perfecto conocimiento de todos los casos que la Naturaleza provee, pero no me negarás que sí podemos calificar ciertos sucesos como de altamente improbables.

– *Filonús.* No entiendo, Hylas, qué quieres decir con la palabra "improbable". ¿Me hablas del número de puentes que caen respecto a los que permanecen firmes?

– *Hylas.* Resulta chocante tu propuesta, y la creo animada por el juego de la ironía más que por el de la discusión que intenta esclarecer lo oscuro de estos conceptos; pero aún así podría admitir lo que dices como una expresión de la incertidumbre acerca de que un puente se desplome.

– *Filonús.* ¿Y cuántas veces estalló el Sol para que podamos calcular la probabilidad de que vuelva a esfumarse?

– *Hylas.* Bromeas, Filonús, y te ruego que centremos nuestra conversación en ejemplos concretos sobre los que te pueda dar respuesta.

– *Filonús.* Con tu forma de razonar, Hylas, pocos son los ejemplos de incertidumbre a los que podríamos asociar proba-

4. Tómese "ayer" no en sentido que se le da hoy en día, sino en su sentido etimológico: *ad hieri,* hace algún tiempo, en tiempo pasado.

5. Ver el primer diálogo de los recogidos por Bunge.

6. Este ejemplo es habitualmente asociado a HUME (1739), quien publicó su Tratado sobre la Naturaleza Humana en fecha posterior a la ocurrencia de las conversaciones entre Hylas y Filonús, pero se encuentra ya en Sexto Empirico, en el siglo II de nuestra era (ver, p. ej., COPLESTON, 1963).

7. Este fragmento podría muy bien ser apócrifo, puesto que la velocidad de la luz no se calculó hasta el siglo XIX.

8. Recuerda a la "fe animal" de la que en este contexto hablaba el mejor filósofo español, mi tocayo Jorge Agustín Santayana (profesor de filosofía en Harvard a finales del siglo XIX y principios del XX).

bilidades. Si hacemos un experimento para inferir tal o cuál cosa, ¿cómo podemos asociar a nuestros resultados lo que es probable, si no vimos nunca en cuántos casos fallaban nuestras predicciones?

– *Hylas.* Puedes imaginar que repetiste ese experimento infinitas veces y que tu resultado es el de una de las posibles repeticiones.

– *Filonús.* Mucha imaginación me pides, amigo Hylas, y te ruego que me pongas un ejemplo de tu proceder, porque me encuentro desorientado y no sé como puedo inferir leyes generales de cosas que no he visto.

– *Hylas.* Pongamos, Filonús, que lanzo una moneda al aire y anoto si salió cara o cruz.

– *Filonús.* Admito el ejemplo, Hylas.

– *Hylas.* Tras muchas repeticiones de este experimento, aproximadamente la mitad de las veces habrá salido cara y la mitad cruz, con lo que puedo decir que la probabilidad de que en un nuevo lanzamiento sea cara el lado del que caiga la moneda es del 50%. Ahí ves cómo infiero sobre cosas que no he visto.

– *Filonús.* Pero si al cabo de mil repeticiones, un 60% de las veces hubiera salido cara y un 40% cruz, ¿qué dirías?

– *Hylas.* Sin duda postularía que la moneda está trucada.

– *Filonús.* ¿Y si arrojara un millón de veces la moneda, y hubiera caído de cara en el 55% de las ocasiones, cayendo en cruz las restantes, qué dirías entonces?

– *Hylas.* También diría que la moneda está trucada.

– *Filonús.* Luego la única definición posible de moneda es "aquél objeto que al ser lanzado al aire muchas veces cae de cara aproximadamente en la mitad de las ocasiones", ¿no es así?

– *Hylas.* Veo Filonús que me estás acusando de introducir lo definido en la definición, pero esto no es así. Lo que yo digo es que con mi moneda trucada, que un 60% de las veces me da cara y un 40% cruz, puedo hacer inferencias sobre qué resultados obtendré en nuevos lanzamientos, y diré entonces que la probabilidad de que me salga cruz el sólo 0,4 si me obstino en seguir utilizándola.

– *Filonús.* Pobre conclusión se me antoja, Hylas, pero me gustaría que me dieras un ejemplo más relacionado con las leyes de la Naturaleza.

– *Hylas.* Pues ya que paseamos por el campo, imaginemos que quisiera conocer cuánto pesan los cerdos Hampshire[9] al nacer. Tomaría un buen número de ellos, los pesaría, e inferiría una ley general de la Naturaleza.

– *Filonús.* ¿Y cómo sabrías que el verdadero valor no es muy distinto del que tú obtuviste?

– *Hylas.* Porque si repitiera un sinnúmero de veces la recogida de lechones y sus pesadas, todos los valores que obtendría se agruparían en torno al valor verdadero.

– *Filonús.* Hylas, me estás pidiendo que concluya algo no sólo de los valores que tú

9. Mi amigo Luis Silió me hace notar que la denominación de los cerdos de esa zona como "Hampshire" no se produjo hasta principios del siglo XX. Puede ser un fragmento apócrifo o un error de transcripción por "Berkshire", cerdos de los que ya hay descripciones desde mediados del siglo XVIII.

obtuviste, sino de los que podrías haber obtenido y no lo hiciste. ¿Te parece un proceder recto el concluir las leyes basándote en algo que no has hecho?

– *Hylas.* Yo no concluyo nada de los experimentos que no hice, sino del mío y de mi conocimiento de qué ocurriría si los repitiera[10].

– *Filonús.* Supongamos, entonces, que has usado una balanza que pesa hasta los diez kilos[11], y supongamos que tus medidas se agrupan en torno a un kilo; digamos que fueron 0,6, 0,8, 1, 1,2 y 1,4 kg.

– *Hylas.* Yo diría entonces que la media del peso es de 1 kg

– *Filonús.* Pero ¿qué dirías tú si yo te dijera que la balanza estaba estropeada, y no podía medir pesos de más de 1,4 kg?

– *Hylas.* Entonces tendría que aumentar mi estimación, por el hecho de que si hubiera repetido muchas veces el experimento, me habrían salido medidas superiores a 1,4 kg que yo no habría podido detectar[12].

– *Filonús.* Pero si a continuación nuestro amigo el obispo Berkeley nos dijera que había arreglado la balanza sin que yo me apercibiera, ¿qué valor asignarías a la media de los pesos al nacer de nuestros Hampshire?

– *Hylas.* Sin duda de nuevo 1 kg.

– *Filonús.* De forma que estás modificando el valor de tu inferencia, no en base a los datos de tu experimento, que nunca superaron el valor a partir del cual la balanza parecía rota, sino en base a los experimentos que podrías haber realizado y no realizaste. ¿Y te parece que un hombre cuerdo debe proceder basando su inferencia en los resultados fantasmas de experimentos que nunca realizó?

– *Hylas.* Hombres de talento he visto yo que así procedían, y a nadie debes culpar si le informas por error invencible de qué resultados puede esperar.

– *Filonús.* Pongamos otro ejemplo: ¿Cómo puedes asociar probabilidades a hechos como el que mañana llueva, que descubramos nuevos mundos, que las empresas en que invertimos nuestro dinero vayan a prosperar, que las decisiones que tomamos en algún momento crucial vayan a ser correctas?

– *Hylas.* No se me ocurre, y no creo que haya hombre en la Tierra que tenga para esto solución.

– *Filonús.* Considera, Hylas, que podamos determinar la incertidumbre expresando nuestro grado de creencia en que se producirá un evento, o nuestra opinión sobre el valor que tomará un carácter como el peso al nacer de los lechones que antes queríamos medir.

– *Hylas.* No entiendo qué me propones, Filonús. ¿Quieres que asigne valores a mis creencias, de forma que sigan las leyes de la probabilidad?

– *Filonús.* Eso pretendo y no otra cosa. Seguro estoy de que antes de medir los lechones no creías tú que fueran a pesar diez kilos, ni tampoco que cien gramos. Asigna,

10. Lo que modernamente diríamos es "de nuestro conocimiento de la distribución de la variable en el espacio muestral".

11. Las medidas de peso van en el original en libras inglesas.

12. Este es un problema estadístico clásico: se trata de encontrar una estima insesgada de datos censurados. La paradoja está explicada formalmente y con detalle en varios textos; por ejemplo, BERGER y WOLPERT, (1982).

pues, a tus creencias un valor, y veamos luego[13] los resultados del experimento.

– *Hylas.* Esto que me propones me parece irregular, Filonús. Yo puedo tener unas creencias y tú otras, y por mucho que mezclemos con ellas los resultados que obtengamos de un experimento, siempre acabarán por ser nuestras creencias personales, nada sólido en lo que basar una inferencia.

– *Filonús.* Quiero hacerte notar, Hylas, que no son los experimentos tan concluyentes, habitualmente al menos, como para confirmar o refutar una teoría, o incluso en muchas ocasiones como para poder precisar bien una medida. Y también te recuerdo que todo resultado está sometido a discusión y a interpretaciones personales.

– *Hylas.* Pero al menos podemos separar lo que dicen los datos de la parte que nosotros añadimos[14].

– *Filonús.* ¿Y qué actitud tomarías tú si los datos te dijeran que los lechones de tu experimento pesaron treinta kilos al nacer? ¿No dudarías al menos de la precisión de tu balanza?

– *Hylas.* Tu pregunta lleva implícita la contestación, pero no sé en qué modifica mi argumento.

– *Filonús.* Y si comentaras con los granjeros de la región el peso de tus lechones, y ellos te dijeran que pesan mucho menos de lo que se ha observado en otras ocasiones, ¿qué dirías?

– *Hylas.* No tengo una respuesta puesto que no hice el experimento, pero supongo que concluiría que los cerdos que medí estaban enfermos, o llegaría a alguna conclusión similar que me permitiera explicar la anomalía de mis datos.

– *Filonús.* ¿Y si te dijera que la información que te han dado algunos de los granjeros con que hablaste no es de fiar, porque todos son unos bellacos y gustan de reírse de los hombres de ciudad; o porque son unos porros y no distinguen una balanza mejor que lo hacen sus propios cerdos?

– *Hylas.* Es obvio que entonces daría poco crédito a las afirmaciones de éstos, y no así a las de los granjeros que fueran de fiar.

– *Filonús.* ¿Y no estarías entonces, mi buen Hylas, concluyendo a partir de informaciones anteriores, evaluadas subjetivamente, y no a partir de tus datos?

– *Hylas.* Así lo estaría haciendo, pero insisto aún en que separaré entonces lo que opino de lo que aporto; quiero decir, los datos que obtengo, de mi interpretación personal sobre ellos.

– *Filonús.* No entiendo bien de qué te sirve tal separación, si no vas a usarla luego. Pero volvamos a mi argumento original: si quieres saber qué tan probables son tus resultados, debes usar alguna forma de evaluación subjetiva de esta probabilidad.

– *Hylas.* Ya te he dicho antes qué entiendo por probabilidad, y cómo evaluaría la incertidumbre de mi experimento, y no he necesitado recurrir a mi mundo personal

13. Me he permitido traducir de forma arcaizante "luego" en el sentido de "inmediatamente", como era el significado de esta palabra en castellano hasta bien entrado el siglo XIX.

14. Aquí nos encontramos con un precedente de la conocida aspiración a "dejar que los datos hablen por sí mismos".

para ello, sino que te he hablado de medidas objetivas.

– *Filonús.* Veo que hicieron poca mella las críticas que hice a tu método. Pero qué dirías si concluyera que tu probabilidad es un caso particular de ésta más amplia que te propongo?

Aquí se produce una cesura que no he podido reconstruir. Es obvio que Filonús le propone a Hylas algo similar al concepto moderno de "intercambiabilidad" de los datos. Cuando el orden en que aparecen los datos en una muestra no afecta a la probabilidad de la misma, los datos son "intercambiables", y en ese caso la teoría de la probabilidad como frecuencia es un caso particular de la teoría subjetiva[15]. Esto afecta a los argumentos de Filonús sólo de forma marginal, pero debe indicarse para conservar la ilación del diálogo.

– *Hylas.* Me preocupa, Filonús, cuanto me dices, y debes dejar que reflexione sobre ello, puesto que es la primera vez que me enfrento al hecho sorprendente de que la probabilidad pueda ser mi estado de opinión y no algo ajeno a mí como hasta ahora creía.

– *Filonús.* Más sorprendente me parecen a mí tus repeticiones mentales de un experimento. Y qué decir de tus probabilidades cuando las aplico a la astronomía o a los sucesos que nos deparará el mañana.

– *Hylas.* Pero es cierto que admitimos con más comodidad las dificultades de una teoría que nos enseñaron en nuestra juventud, y que convivimos con ellas con la misma facilidad que con los problemas que te ocasionan los parientes, considerándolas producto inevitable del destino y aceptándolas con resignación y paciencia, mientras que somos más intolerantes con las dificultades que ocasionan teorías nuevas, por más que vayan a mejorar nuestras vidas y nuestro entendimiento de las leyes que gobiernan la Naturaleza.

– *Filonús.* Es justo cuanto dices, Hylas, y creo que es bueno que dejemos aquí la discusión para que puedas ir acomodando el entendimiento a los nuevos conceptos con los que hoy lo has desafiado. La razón no es, como nos quieren persuadir los filósofos, una máquina perfecta que admite cuanto de nuevo le dan si el silogismo es correcto, y yo he visto a muchos hombres sabios andar empecinados, sin atender a buenas razones, hasta que al poco pudieron cambiar de forma de pensar; y aún así me refiero sólo al caso en que lo hicieron.

Segundo diálogo

– *Filonús.* Buenos días Hylas, ¿cuál ha sido el resultado de tu reflexión. Te dejé ayer preocupado y no quise molestarte durante la tarde, absorto, como estabas, en tus meditaciones. ¿Encuentras hoy a la Naturaleza más inteligible?

– *Hylas.* ¡No me digas más, amigo, que ando enfermo pensando que nada real puedo inferir del Mundo, y que cuanto tengo son las opiniones de las personas con las que he hablado! Yo creía que, si bien no con la seguridad a la que todo hombre aspira, al menos podría afirmar que existen las cosas que yo observo y que están fuera de

15. Quiero decir de una de las versiones de la teoría subjetiva (de la versión "objetiva", si se me permite un juego de palabras). El concepto fue propuesto por Bruno de Finetti, y aunque se encuentra particularmente desarrollado en su Teoría de la Probabilidad (De Finetti 1974), puede encontrarse en cualquier libro de texto bayesiano (p. ej. Press, 1982).

mí. Creía que, mediante el experimento y la pericia, podría deducir las reglas por las que se rige el Mundo, y que así comprendería mejor la obra del Creador y sus fines y sus medios. Ahora me encuentro consternado, puesto que sólo puedo contar con las creencias de mis vecinos, sin que nada externo a cada hombre me explique cuáles son las causas de las cosas.

– *Filonús.* Hylas, me fatiga hablar contigo (y no te molestes, te lo ruego, que sabes que te hablo con amor de amigo), porque vuelves una y otra vez a dudar de la realidad que te rodea[16]. ¿Crees por ventura que tus vecinos son dementes y que van a decirte cosas sin sentido no más se encuentren contigo? ¿No ves que una cosa es que la probabilidad sea subjetiva y otra que no sea razonable?

– *Hylas.* Pero yo antes creía en la realidad de las cosas que tenía que estimar, y sabía que existía un valor verdadero e inmutable, cerca del cual se agruparían los datos que obtuviera en mis experimentos. Ahora se ha esfumado ese valor, ya no existe, ya no lo menciono, mis afirmaciones son sobre la probabilidad de que se obtenga esta o esa cantidad, y el valor verdadero ha desaparecido!

– *Filonús.* No ha desaparecido, aunque estás en lo cierto cuando dices que ahora ya no lo mencionas. ¿Y para qué ibas a mencionar algo que no sólo desconoces sino que jamás podrás conocer? ¿Qué utilidad tiene referirse a un valor no sólo desconocido sino incognoscible? Ese valor existe, sí, y continúa existiendo cuando hablas como yo lo hago; y permanece sólido e inmutable en el mismo mundo que el tipo del cerdo Hampshire, el jarrón ideal, el joven y los caballos[17]. Yo hablo simplemente de la probabilidad de que los lechones al nacer alcancen un determinado peso, no de cuál sea ese valor ideal inaprehensible.

– *Hylas.* Pero yo antes también quería hablar de probabilidades y me lo vetaste.

– *Filonús.* Tú no me hablabas de la probabilidad de que el peso al nacimiento de los lechones fuera una u otra, a la luz de tu muestra, sino de qué probabilidad tenía tu muestra de tener éste o aquél valor. Y si he de serte franco, no entiendo a qué viene tanto interés en saber qué probabilidad tiene tu muestra en lugar de preocuparte por la esencia y el meollo del problema; esto es, qué probabilidad tiene el peso al nacimiento del cochino de tomar éste o aquél valor.

Se produce aquí una censura importante en los papeles originales. Obviamente Hylas y Filonús han estado discutiendo sobre alguna forma de lo que hoy conocemos como *probabilidad inversa*, popularizada a través del teorema atribuido a Bayes (1780)[18]. Este teorema es utilizado por una

16. Este "otra vez" se refiere probablemente a las dudas que expresaba Hylas al principio del segundo de los diálogos recogidos por el obispo Berkeley.

17. Esta última afirmación hace referencia a un pasaje del "Fedro", uno de los diálogos de Platón en los que se establece el mundo de las ideas en donde yacen los universales, y del que los objetos del mundo son copias imperfectas. Lo único que no cuadra en el pasaje es el tipo ideal del cerdo Hampshire, por lo que lo tengo por una adición apócrifa.

18. Esta atribución es dudosa, como luego comentaré. Bayes fue un oscuro clérigo que no llegó a publicar ningún trabajo matemático en vida. Era miembro de la Royal Society por unos estudios sobre metafísica. El manuscrito original de su artículo no se conserva y debemos confiar en la adscripción a Bayes que su amigo R. Price hizo al presentar la publicación en la Royal Society.

escuela de estadística como base de la inferencia científica no demostrativa. Dada una hipótesis H y un conjunto de evidencias experimentales (de datos, por ejemplo) y, la inferencia no demostrativa consiste en establecer la probabilidad de esa hipótesis a la luz de la evidencia presentada por el experimento. El teorema establece que esta probabilidad es[19]

$$P(H|y) = P(y|H) \cdot P(H) / P(y)$$

donde P(y|H) es la probabilidad de los datos en caso de que la hipótesis fuera cierta, P(H) es la evidencia previa en favor de la hipótesis antes de hacer el experimento, y P(y) la probabilidad absoluta de que se presenten los datos del experimento y; esto es, teniendo en cuenta tanto esta hipótesis H como las alternativas. Este teorema no es objeto de discusión como tal teorema, puesto que la demostración es sencilla. La discusión se centra, desde entonces, en el significado, estimación y uso de la evidencia previa al experimento P(H).

– *Filonús.* Y te hice notar, Hylas, que la única forma en la que puedes hablar de probabilidad asociada a tus datos es considerando la probabilidad previa, la que se genera de tus observaciones, y finalmente la que resulta de combinar ambas[20]. No de otra manera tus afirmaciones pueden ir unidas a una probabilidad.

– *Hylas.* ¿Pues qué valor tendrán así mis predicciones? ¿No te das cuenta que si doy a mi opinión *a priori* un gran predicamento, el resultado estará determinado por esta opinión que yo he introducido? ¿Qué no ves que así podría yo comunicar a la Royal Society cualquier resultado que me viniera en gana?

– *Filonús.* Yo parto, Hylas, de que eres hombre honrado[21] y de que tu opinión previa no se halla sopesada por tus intereses. Pero de todos modos dime, Hylas, si tan seguro estás de tu opinión previa, ¿para qué quieres realizar el experimento?

– *Hylas.* No sé qué quieres decir.

– *Filonús.* Quiero decir que si tu opinión previa tiene una alta probabilidad, no hay razón para que lleves a cabo un experimento, puesto que sólo conseguirías mermar tu hacienda sin que tu sabiduría aumentara o fuera muy distinta a la que tenías antes de empezar. Sólo cuando tu opinión *a priori* es vacilante es cuando tiene sentido el buscar evidencias en la Naturaleza que corroboren o desmientan las ideas que vagan por tu mente.

– *Hylas.* Puede que yo esté interesado en comprobar algo de lo que ando muy seguro.

– *Filonús.* Te contradices, Hylas; si andas muy seguro de ello no habrá experimento que te quite tal seguridad, y si un experimen-

19. Uso la nomenclatura de Jeffreys (1932), quien expresa la "H dado y" como "H|y". A veces se encuentra en la literatura "H/y", pero el uso de la barra inclinada confunde por su similitud con la operación de dividir.

20. Esta es una expresión del Teorema de Bayes que parece chocante en boca de Filonús, puesto que este teorema fue publicado de forma póstuma en 1780. Sin embargo STIGLER (1983) ha hecho notar que el teorema en cuestión figura ya en un libro publicado en 1750, en el que el autor indica que es préstamo que toma de un amigo. Stigler también evidencia cuán improbable es que el tal amigo fuera el propio Bayes, por lo que debemos atribuir la autoría del teorema a un matemático desconocido. Tal vez el autor de este teorema sea el propio Filonús.

21. "Honest" en el original inglés. Se debe traducir por "honrado" y no por "honesto", puesto que en castellano la honestidad sólo hace referencia a la virtud sexual.

to es capaz de quitártela, tu opinión previa no era tan firme como me quieres persuadir de que lo era.

– *Hylas.* Acepto lo que me dices, pero aún tengo otra objeción. Si sólo debo contrastar mi opinión *a priori* cuando es vaga, ¿qué provecho saco, pues, a esa opinión? ¿Para qué me sirve tener una teoría que une la opinión previa a la de los datos, si luego sólo la debo utilizar cuando la opinión previa carece de valor?

– *Filonús.* Estás exagerando, Hylas. Una cosa es que la opinión previa domine y otra que no pueda combinarse con la que los datos te dan, en lo que vale. De todas formas, si ello te inquieta, yo te aconsejaría que tomaras tantos datos como para que la opinión previa no influyera en tu resultado.

– *Hylas.* Eso que me propones, Filonús, no es consistente con tus planteamientos. Pues, ¿qué ventajas obtendré yo de tu modo de proceder, si al cabo debo ignorar mis opiniones previas? ¿A qué hacer tanta novedad si debo hacer luego lo posible para que mi opinión previa no sea tenida en cuenta? Me hablas primero[22] de la superior coherencia de tu sistema, de su belleza, de su simplicidad; y me propones a continuación que ignore la parte principal en la que está basada su belleza, esto es, la combinación entre probabilidades previas y posteriores al experimento.

– *Filonús.* Yo no te propongo que abandones estas probabilidades previas, sólo te digo que si estás inseguro sobre cómo debes expresarlas y prefieres confiar en la información que dan tus datos, tienes un medio de hacerlo.

– *Hylas.* Te confieso, Filonús, que tu sistema pierde así gran parte de su encanto. No sé qué gano entonces, si al final son los datos quienes me van a sacar de mi ignorancia.

– *Filonús.* Siempre son los datos quienes nos sacan de nuestra ignorancia, sean datos que nosotros obtenemos o los que otros obtuvieron antes que nosotros. Nuestra opinión *a priori* no debe ser parcial, infundada, o movida por el interés, sino antes bien debiera ser tal que varios hombres cuerdos pudieran abrazarla, dentro de la incertidumbre con que necesariamente la debemos expresar.

– *Hylas.* ¿Y no es mejor que sean los datos de tu experimento quienes te saquen de tu ignorancia, y no esa vaga idea de la probabilidad *a priori*, que no parece sino un espíritu intangible y de límites borrosos?

– *Filonús.* Te insisto, Hylas, en que la probabilidad *a priori* es necesaria para construir la inferencia. No puedes decir que escoges la hipótesis más probable sin hablar de ella. Esto no es una perversión de mi sistema, sino una obligación de las leyes de la probabilidad.

– *Hylas.* Puedo escoger la hipótesis que haga más probables a mis datos, así no necesito hablar de probabilidades *a priori.*

– *Filonús.* No sé qué quieres decir con esto.

– *Hylas.* Quiero decir que entre dos o más hipótesis alternativas, escogería aquélla que hiciera más probable el que yo fuera a obtener los datos que de hecho he obtenido[23].

22. Se ha perdido este pasaje en el que Filonús habla de la coherencia de su sistema.

23. Hylas propone decidir en base a lo que hoy llamamos "factor de Bayes".

– *Filonús.* ¿Y qué ventajas le ves a ese procedimiento? ¿Porqué crees que es más razonable escoger la hipótesis que hace más probables los datos que vayas a obtener?

– *Hylas.* Yo lo veo intuitivamente razonable. No me parece más adecuado sostener que era sumamente improbable que aparecieran los datos que de hecho obtuve

– *Filonús.* Hylas tú no estás escogiendo la hipótesis que hace más probable el que hayas obtenido esa muestra, sino la hipótesis que *si fuera cierta* haría que tus datos surgieran con máxima probabilidad, que no es lo mismo.

– *Hylas.* No veo la importancia del matiz.

– *Filonús.* Te pondré un ejemplo. Supone que quieres estimar la estatura de los hombres de Escocia, y para ello tomas la estatura de un único escocés, y éste mide 1,60 metros[24].

– *Hylas.* Escasa me parece la muestra, pero continuemos. Yo diría que la hipótesis que haría que ese dato fuera el más probable, es que la media de los escoceses midiera 1,60. Si esto fuera así, ese dato sería el más probable. Si los escoceses fueran un pueblo de enanos cuya media fuera sólo un metro de estatura, el obtener un escocés de 1,60 metros sería altamente improbable, y no sé porqué debo sostener que obtuve un dato altamente improbable, si yo actué escogiendo a este hombre al azar.

– *Filonús.* Quiero hacerte notar de nuevo que has dicho *si esto fuera así*, por lo que en realidad no sabes si es ese el valor que hace tu dato más probable o no.

– *Hylas.* Soy consciente de ello, pero así y todo, no entiendo porqué debería sostener que la media de los escoceses mide dos metros, o un metro y cincuenta.

– *Filonús.* Hylas, la hipótesis que hace tu único dato el más probable es que TODOS los escoceses miden 1,60 metros. Esta y no otra es la hipótesis que hace más probable a tus datos, pues sostener que haya escoceses que midan una cantidad distinta a 1,60 hace más improbable encontrar a un escocés de esa estatura que si la totalidad de ellos mide esta cantidad.

– *Hylas.* ¿Bromeas acaso, Filonús? ¿Qué no son hombres los escoceses, sino máquinas diseñadas por algún espíritu maligno enemigo de la delicadeza en las artes y la perfección en la música?[25] ¿Cómo quieres que sostenga algo tan absurdo como el que todo escocés mide lo que su vecino?

– *Filonús.* ¿Y cómo sabes que los escoceses son hombres, y que sus estatura debe variar, y que no es de esperar encontrar una uniformidad en la naturaleza que no se encuentra en otros lados? ¿No estarás, por ventura, usando de alguna información *a priori?*

– *Hylas.* Aunque así sea, y obviamente lo es, sólo interviene en mi inferencia haciéndome descartar hipótesis absurdas.

– *Filonús.* Haciéndotelas descartar, o dándoles probabilidad *a priori* nula, que es lo mismo. El ejemplo es extremo, Hylas, pero puede hacerte ver que sólo el escoger la hipótesis que, *de ser cierta*, hace a tus datos más probables, es insuficiente para la inferencia, y sólo cuando esta hipótesis está

24. Traduzco pies por metros, como anteriormente libras por kilos.

25. Se infiere que Hylas es inglés.

ponderada por la probabilidad *a priori* puedes escoger lo que realmente deseas; esto es, la hipótesis más probable dados los datos de que dispones.

– *Hylas.* Cuanto dices está bien para escoger entre hipótesis que compiten entre si, pero una vez ya establecido el marco en el que nos moveremos; esto es, que los escoceses son personas y que la estatura de las personas es variable, y que tan probable es encontrar escoceses que midan más que la media como menos, creo que puedo escoger para la estatura de los escoceses el valor que haga más probable el que yo haya encontrado mis datos y no otros.

– *Filonús.* Quieres decir el valor que, *en el caso de que fuera el verdadero valor de estatura de los escoceses*, haría más probable el que fueras a encontrar los datos que obtuviste[26].

– *Hylas.* Sí, Filonús, quiero decir eso, ya me lo has hecho notar varias veces.

– *Filonús.* Pero entonces te encuentras en la misma situación. Imagínate que el escocés que encontraste mide dos metros de altura. ¿Sería razonable pensar que son un pueblo de gigantes?

– *Hylas.* Es muy improbable que fuera a encintrar un valor así escogiendo un escocés al azar.

– *Filonús.* Pues eso es precisamente lo que te quería hacer notar. Tu sistema tiene el defecto de que sólo hace más probable a la muestra *en el caso de que* el valor verdadero sea el que obtuviste. Para evitar el terrible inicio de tu inferencia, "*en el caso de que*", hace falta ponderar ese "*caso*" por su probabilidad, y sólo así obtenemos una inferencia sensata.

– *Hylas.* Estaría de acuerdo si, en efecto, ponderáramos cada caso por su probabilidad, pero no es este tu modo de proceder, esa probabilidad por la que tú ponderas no es en realidad la probabilidad de cada caso, es sólo tu opinión previa. No quiero que mis prejuicios influencien mi experimento hasta tal extremo. Estoy dispuesto a ignorar de entrada qué tan altos espero que los escoceses sean, y para mí cualquier valor que pueda imaginarse tiene en principio la misma probabilidad.

– *Filonús.* No me parece una manera inteligente de actuar, pero aún así te diría que gracias a esa probabilidad constante que te has marcado *a priori* puedes hablar de cuán probable es el que los escoceses midan o no dos metros de altura por término medio[27].

– *Hylas.* No quiero concluir absurdos, Filonús, yo diría que en este caso un solo escocés no es suficiente para mis propósitos y debo tomar un número lo suficientemente grande como para no depender de mis prejuicios.

– *Filonús.* Pues por eso te decía antes que si tanto te preocupa no depender de tus opiniones previas, tomaras pues tantos datos como para que la opinión previa no influyera en tu resultado.

– *Hylas.* Y debo nuevamente preguntarte qué gano entonces con considerar esas opiniones previas, si lo que estoy intentando es precisamente librarme de ellas.

---

26. Esto es lo que modernamente se llama "método de máxima verosimilitud".

27. Filonús está aplicando de nuevo el teorema de Bayes. La probabilidad *a posteriori* de un valor es el producto de la probabilidad *a prori* (constante, en el ejemplo de Hylas) por la probabilidad de obtener los datos si el valor considerado fuera el verdadero.

– *Filonús.* Pues aunque pierdas toda opinión previa porque sean tus datos y no los de otros los que vayan a gobernar tus resultados, ganas mucho, Hylas, mucho más de lo que sospechas. Ahora puedes hablar de cuál es la probabilidad de que el peso de tus lechones esté entre éste y aquél valor, de qué probabilidad tienen de ser mayores que los de otra raza; puedes decir que tu hipótesis A es dos veces más probable que la B pero cinco veces menos probable que la C; en definitiva, puedes expresar la incertidumbre mediante probabilidades y no mediante oscuros mecanismos que invocan el lugar que ocupan fantasmales muestras que nunca tomaste y nunca has de tomar[28].

– *Hylas.* Entiendo las ventajas que tu método ofrece, pero me asaltan aún algunas dudas. ¿Qué ocurre si la hipótesis correcta no está entre las que estoy probando?

– *Filonús.* Hylas, no sabemos cuál es la correcta, ni podemos saberlo.

– *Hylas.* Te entiendo, pero ¿cómo es que puedo asignar una probabilidad a otras hipótesis, cuando la más altamente probable no está entre ellas?

– *Filonús.* Porque las probabilidades que estás comparando son relativas. Tú expresas tu creencia en que una sea más probable que la otra, pero tus resultados no hacen referencia a otras posibles hipótesis que no has considerado. O si quieres verlo de otra forma, que sí has considerado pero a las que has dado probabilidad nula. Veo que tu tendencia a imaginar lo que no haces; a tomar muestras imaginarias, digo, te hace pensar que hay infinitas hipótesis posibles que deberías considerar. No, Hylas; no puedes hablar más que de lo que hablas, no de lo que no; tus comparaciones se refieren siempre a las hipótesis que te ocupan en ese momento, y la probabilidad que tienen se refiere a cuánto es más probable una de ellas respecto a la otra.

– *Hylas.* Pero si yo considerara una nueva hipótesis, entonces las probabilidades de las demás se verían modificadas ¿no es así?

– *Filonús.* Así es, aunque no sé porqué esto te inquieta.

– *Hylas.* La razón es clara, Filonús, ¿cómo puede ser que una hipótesis tenga una probabilidad del 60%, y pase a tener el 40% si considero otras alternativas?

– *Filonús.* De nuevo crees, Hylas, que las probabilidades son algo externo, perteneciente a las cosas, y no, como ya habíamos convenido, la expresión de tu opinión sobre ésta o aquélla hipótesis. Cuando consideras alternativas nuevas, lógicamente tu grado de creencia sobre la verdad de una u otra hipótesis se modifica. Antes le diste probabilidad nula a esa nueva alternativa, y ahora tu opinión ha mudado, lo que afecta a las probabilidades de las otras hipótesis, puesto que entre todas deben sumar 1.

---

28. La imposibilidad de hablar de probabilidades para precisar la incertidumbre asociada al valor de un experimento, a menos que se admita la existencia de probabilidades *a priori*, es un asunto no discutido ni siquiera por la escuela frecuentista. Fisher, decidido anti-bayesiano, era perfectamente consciente del problema, y merece citarse un párrafo de una de sus obras (FISHER, 1936):

"Bayes percibió la importancia fundamental de este problema y propuso un axioma que, de ser cierto, bastaría para traer al campo de la probabilidad un gran número de inferencias inductivas; de forma que después de observar una muestra se podrían hacer inferencias acerca de la población; inferencias inciertas, por supuesto, pero con la bien conocida clase de incertidumbre que proviene de las leyes de la probabilidad".

– *Hylas.* Pero entonces yo no puedo establecer mi probabilidad absoluta, aunque sea subjetiva, de cualquier hipótesis. Cuando digo que su probabilidad es del 60% es sólo un espejismo, puesto que en realidad mis creencias se modificarían si yo tuviera información suficiente, y probablemente elegiría otra hipótesis más apropiada al estado de las cosas.

– *Filonús.* No sé qué quieres decir con esa probabilidad absoluta, ni tampoco con lo de tener suficiente información. No es así como nos comportamos cuando queremos averiguar el estado de la Naturaleza. Si tuviéramos esa información suficiente no sé a qué íbamos a hacer experimentos.

– *Hylas.* No me dejas convencido, Filonús, pero achácalo a los límites que Dios impuso a mi entendimiento o a la dificultad con la que lo nuevo se instala en nuestro espíritu. No quiero seguir hablando de este problema porque quiero que me contestes a otra dificultad que he visto en tu doctrina. ¿Qué ocurre cuando carecemos completamente de información previa? Si bien te entiendo, sea ésta mucha o poca, es imprescindible para que podamos hablar de probabilidades.

– *Filonús.* En rara situación me pones, Hylas, pues no sé yo cuándo has oído tú hablar sobre la ignorancia total en lo que a una ley de la Naturaleza se refiere. Novedoso experimento es éste. En ese caso yo te aconsejaría que dijeras que todas las alternativas previas tienen la misma probabilidad.

– *Hylas.* No me parece a mí, Filonús, que vaya a ser lo mismo decir que ignoro algo que decir que todas las alternativas tienen la misma probabilidad previa. Si tengo un saco en el que mi criado metió bolas blancas y negras, y no sé en qué proporción lo hizo, no creo yo que sacar una bola blanca o una negra tenga la misma probabilidad. Eso dependerá de en qué proporción estén realmente.

– *Filonús.* No estás hablando de cuál es su probabilidad real sino de tu opinión *a priori.*

– *Hylas.* Aún así no veo yo que mi opinión a priori deba ser la de equiparar todas las probabilidades. Este proceder se parece más a la indiferencia que a la ignorancia[29].

– *Filonús.* Pues entonces prueba varias opiniones previas, y si tienes suficientes datos, éstas no afectarán al resultado final, con lo que te liberas del problema porque sabes entonces que las opiniones *a priori* no van a influir en tus pronunciamientos.

– *Hylas.* Aún me queda una duda, Filonús. Cuando quiera averiguar varias cosas a un tiempo (por ejemplo, cuánto vale éste o aquél carácter, qué relación guardan entre sí) y esto lo extienda a muchas de las características de un gorrino, ¿cómo podré entonces expresar mi opinión previa? No tengo yo sesera suficiente como para pensar en cuánto puede pesar un lechón si la madre tuvo una pequeña o gran camada y al mismo tiempo la alimentaron de una forma especial, así o de otra manera, y examinar todas las variantes y relaciones entre caracteres, dando mis opiniones para cada caso. Mucha exigencia sería ésta para mí y temo que incurriría fácilmente en contradicciones.

29. No anda desencaminado Hylas. Aunque en la literatura se llaman a prioris no informativos a aquéllos en los que todas las alternativas tienen la misma probabilidad (*a priori* "planos" en el caso continuo), son todos ellos informativos. La ignorancia no puede expresarse mediante probabilidades. Una explicación más detallada se encuentra en mi artículo sobre la controversia bayesiana (BLASCO, 1998).

– *Filonús.* Te entiendo Hylas, y en ese caso no encuentro otro medio que recurrir de nuevo a probar varias opiniones y a esperar que los datos las conviertan en innecesarias.

– *Hylas.* ¡Pero es que en este caso me encuentro incapaz de expresar esas opiniones, Filonús!. No es que me resista a comparar varias creencias previas, es que no sé cómo expresarlas con exactitud.

– *Filonús.* Difícil problema es éste, y sólo puedo sugerirte que hagas lo que puedas partiendo de bases diferentes. Por ejemplo, puedes sostener por un lado que todos los valores tienen la misma probabilidad *a priori*, y por otro establecer las opiniones previas sobre cada carácter por separado, como si no estuvieran relacionados unos con otros. Puedes sostener que los caracteres están relacionados de alguna forma vaga y más o menos arbitraria. Si los resultados al final son los mismos, es difícil sostener que la opinión previa tenía algún valor, puesto que partiste de bases diferentes para construir cada opinión *a priori*.

– *Hylas.* De nuevo me parece que tu teoría pierde encanto, Filonús. Aunque reconozco, y así lo digo, que no es pequeña ventaja el que podamos aún movernos dentro del mundo de las probabilidades para expresar la incertidumbre.

– *Filonús.* Así lo creo yo también. Y déjame que muestre mi satisfacción por haberte persuadido de la gran recompensa que obtenemos, aún a costa de pagarla con imprecisiones en nuestra forma de proceder.

– *Hylas.* Así parece que Dios no construyó un mundo perfecto en el que pudiéramos decidir sin errar el cómo comportarnos. Pero me doy con esto satisfecho, Filonús, y retirémonos ya, que el sol está al caer y andamos todavía lejos de nuestras casas.

Tercer diálogo

– *Filonús.* Buenos días Hylas. Espero que te encuentres mejor y puedas disfrutar de esta limpia madrugada, tan inusual en las colinas de Cotswold, y de la belleza que muestra nuestra catedral[30] iluminada por los primeros rayos de ese Sol de cuya fidelidad tanto hemos dudado en estos días.

– *Hylas.* Buenos días. Filonús. Algo positivo traje de nuestras conversaciones, y es el agradecimiento a Dios por permitirnos que, efectivamente, luzca el Sol como esperamos, a pesar de nuestras dudas sobre ello. Aunque debo confesarte que aún me inquieta el que no podamos conocer la naturaleza de las cosas como algo cierto, sino sólo como probable. Es como si la realidad se viera tamizada a través de una neblina, o como si fuéramos ciegos y tuviéramos necesidad de un lazarillo para poder situarnos ante el mundo que nos rodea.

– *Filonús.* Pero debes pensar, Hylas, que esa probabilidad se acerca cada vez más a la certeza. Una vez has realizado un experimento, tu estado de creencias es nuevo y es distinto al que tenías antes de ponerte a trabajar. Tus dudas son menores y tu conocimiento más preciso. Y ese es el estado de opinión que tú u otros utilizarán para experimentar de nuevo, si sintieran la necesidad de precisar mejor su incertidumbre.

30. Se refiere a la catedral de Lincoln, magnífico ejemplo de gótico flamígero inglés, y cuya belleza trasciende a la imagen que presenta de madrugada.

– *Hylas.* Quieres decir que, con el tiempo, yo u otros más dotados de fortuna irán precisando mejor su conocimiento y cegando poco a poco el pozo de su ignorancia. Si te entiendo bien, tras cada experimento puedo precisar mi estado de creencias nuevamente, y cuando quiera acercarme más a la verdad utilizaré ese estado de creencias como *a priori* en el proceso de indagación, con lo que, si Dios lo permite, estaremos cada vez más cerca de la verdad y del conocimiento de las leyes que gobiernan la Naturaleza.

– *Filonús.* Así lo veo yo, y es así como podemos adquirir conocimiento general a partir de los hechos particulares que examinamos.

– *Hylas.* Si estás en lo cierto, habrías resuelto el problema de la inducción, que ha ocupado a tantos filósofos durante tantos siglos.

– *Filonús.* Pues ya que resolvimos el problema de la inducción, deleitémonos hoy con placeres más próximos a los sentidos y dejemos nuestras elucubraciones para momentos en los que la melancolía se apodere de nuestro espíritu. Tiempo para todo hay, y días buenos no tantos, así que te propongo que ya que has serenado a tu entendimiento, excitemos ahora lo que de él menos depende.

– *Hylas.* Razón tienes, y te la doy por eso; pero antes de que pueda gozar realmente de los placeres que me estás sugiriendo debe cumplirse la premisa de que mi entendimiento esté sereno.

– *Filonús.* ¿Y no es así ahora? ¿O es que nuevas dudas te asaltan sobre todo lo que tanto hemos discutido? ¿Vuelves a creer acaso que puedes salirte de ti para ser juez imparcial de cuanto experimentas?

– *Hylas.* No temas, Filonús, que todo eso me quedó bien claro. Lo que ahora me preocupa es la forma en la que resolvimos la inducción. Sostenemos que podemos conocer la probabilidad de un suceso, o de que una variable tome un valor, dados por un lado los datos obtenidos en el experimento y por otro la probabilidad que se deriva de nuestra opinión previa.

– *Filonús.* Así es, y que aunque esta probabilidad sea subjetiva, cuando el número de datos sea suficientemente grande, tu opinión previa debe ser irrelevante.

– *Hylas.* Pero es que hay algo que no me acaba de cuadrar en el proceso. ¿Qué ocurriría si yo hubiera obtenido mal la muestra? ¿Qué pasaría si los datos no reflejaran bien el estado de la población? ¿Qué sucedería si no se distribuyeran como yo presumo? ¿Qué ocurriría si mi opinión previa, compartida por muchos científicos, se alejara tanto de la verdad debido a profundos prejuicios, tan comunes entre los hombres, que ni siquiera con un número razonablemente elevado de datos pudiera contrarrestar la errónea opinión vertida por expertos?

– *Filonús.* Mira Hylas, que te estás dejando caer por la pendiente que conduce al escepticismo, y de ahí al solipsismo y la melancolía hay poco trecho.

– *Hylas.* ¿Debo, pues, engañarme y decir que entiendo lo que no, y que admito como razonable lo que me parece fundado con pobreza?

– *Filonús.* No, no debes hacerlo, pero tampoco debes no reconocer los límites del entendimiento humano. No existen probabilidades *a priori* solas, flotando entre las olas producidas por mares de opiniones. Toda probabilidad se basa en ciertas hipótesis, y también lo hace esta probabilidad previa. En realidad deberíamos llamarla "probabilidad *a priori* dadas una serie de hipótesis", pues sólo bajo ellas esta probabilidad es factible.

– *Hylas.* Pero entonces el resultado de nuestra inferencia no es una probabilidad "dada una evidencia experimental", sino que es una probabilidad "dada una evidencia experimental *y un conjunto de hipótesis anexo*".

– *Filonús.* Así lo entiendo yo.

– *Hylas.* ¿Y cómo dices entonces que has resuelto el problema de la inducción, si lo has dejado tan intacto como antes de empezar con tus elucubraciones? ¡Virgen está aún, si yo ando en lo cierto! ¿Cómo puedes afirmar que la Ciencia tiene ya una base firme, si todo depende de la verdad de unas hipótesis previas, y ésta es una verdad que ignoras? ¿Cómo puedes justificar que tu conocimiento progresa si su fundamento es tan frágil como el barro de los pies del ídolo? ¿O es que tienes algún medio de estimar la certeza de las hipótesis que acompañan a todo tu razonamiento?

– *Filonús.* Tranquilízate, Hylas, no te vaya a dar algún mal en los livianos, que primero es tu salud que todo lo del Mundo. Yo no sé qué tan ciertas puedan ser esas hipótesis, aunque si sospechara que la muestra no estaba bien tomada o que el operario que midió a los cerdos trabucó los datos por azar, o por malicia porque tenía alguna deuda conmigo pendiente; en ese caso, digo, no daría crédito a mis resultados, luego si se lo doy es porque está en mi convencimiento que todo se hizo de manera honrada y razonable. Y la ciencia así progresa, porque puedo elegir entre teorías rivales aunque estén condicionadas a la veracidad de esas hipótesis, puesto que al final la evidencia experimental me decantará por una de las teorías o por la otra.

– *Hylas.* Pobres medios me parecen para alcanzar tan elevadas metas. Si debe la ciencia progresar en base a la buena fe, a la ausencia del error inevitable, a la correcta interpretación de la Naturaleza, y a todo lo que tu bolsa de hipótesis contiene, no te diría yo que espero un progreso rápido y constante, sino altibajos, vueltas atrás y errores que quedarán sin resolver porque confiamos en que hicimos bien las cosas.

– *Filonús.* No es pobre resultado el tener un manera de discernir qué teoría preferimos, aunque es cierto que queda la ciencia siempre condicionada a la verdad de esas hipótesis. En realidad siempre pende de nosotros la espada de Damocles de estar bajo hipótesis erradas, pero una vez admitamos que son las más razonables que podemos encontrar, podemos poner en marcha nuestro mecanismo de decisión y precisar nuestras estimaciones de todo lo que hallamos en la Naturaleza, decir cuán probable es que este carácter tenga este o aquél valor, y preferir esta teoría a aquélla basándonos en cuánto más probable es ésta que sus alternativas.

– *Hylas.* En cuanto *crees que es* más probable, querrás decir.

– *Filonús.* Por supuesto Hylas, ya hemos convenido en que la probabilidad no sea otra cosa que mi estado de creencias.

– *Hylas.* Así es, pero tengo la impresión de que es tanta nuestra costumbre de creer que la probabilidad es algo objetivo y que está fuera de nosotros, que a base de hablar de cuán probable es esta o aquella hipótesis, acabemos por creer que hablamos en verdad de probabilidades objetivas y no de nuestro estado de opinión.

– *Filonús.* ¿Y qué sugieres? ¿que los científicos escriban sus comunicaciones a la Royal Society hablando de "mi probabilidad"? Sería enfadoso y acentuaría el ego del autor, algo que debe evitar siempre un hombre de ciencia.

– *Hylas.* Sí, pero no daría la impresión de una objetividad que le es ajena.

– *Filonús.* Y que tampoco pretende. También el insistir en la subjetividad daría la impresión de que se hace algo arbitrario, y ya convenimos en que subjetividad no implica para nada arbitrariedad, si el científico no es un loco. Y esto sin contar que las más de las veces los datos van a dominar sobre esa opinión previa subjetiva que tanto te repugna.

– *Hylas.* Admito que la ciencia puede progresar, aunque dudo de que ese progreso sea tan rápido y constante como la aplicación de tu principio parece sugerir, pero hemos dejado intocado el principio de inducción. En realidad ninguna evidencia experimental nos garantiza la proximidad a la verdad, puesto que dependemos de otras hipótesis cuya verdad ignoramos.

– *Filonús.* Pero no me negarás que hemos establecido un comportamiento razonable para que pueda ser seguido por todos aquellos hombres que se interesen en conocer las leyes de la Naturaleza.

– *Hylas.* Comportamiento que producirá sus buenos resultados porque Dios no permitirá que sea de otro modo, pero no porque intrínsecamente garantice una aproximación a la verdad.

– *Filonús.* Hylas, me traes a colación una comparación que pudiera ser afortunada. La ética sin Dios se basa en el comportamiento que más beneficia al individuo y a la comunidad. De la misma forma, un progreso científico sin Dios se basaría en que el comportamiento de un científico va a dar lugar a resultados que consideramos, bajo ciertas hipótesis, como más probables y que mejor se ajustan a cuanto conocemos. En ambos casos se determina el comportamiento del individuo sobre bases inseguras, pero experimentales.

– *Hylas.* No entiendo la comparación, Filonús, y me parece traída por los pelos. En lo de la ética porque no sé como armonizas el beneficio del individuo con el de la sociedad, que tan a menudo entran en conflicto; y en lo de la ciencia, porque no sé qué tiene que ver el comportamiento del científico con lo que te estoy preguntando: ¿cómo puedes asegurar que las evidencias experimentales te colocan más cerca de la verdad?

– *Filonús.* Hylas, si tan extremo eres te diré que no, que no puedo asegurar que evidencia experimental alguna me aproxime a la verdad; que tampoco puedo asegurar que tú estés aquí ahora y no esté dirigiéndome yo a un fantasma o esté inmerso en un sueño sin saberlo.¡Ni siquiera sé si puedo hablar apropiadamente como de mí mismo, puesto que de mí sólo tengo una evidencia experimental!

– *Hylas.* Te ruego que no te ofendas, Filonús, mis preguntas surgen de mi perplejidad y no de afán de ridiculizar tus propuestas. Yo quería seguridad y la cambié contigo por probabilidad, y ahora no me queda ni el consuelo de alcanzar un conocimiento probable. ¡Qué felices deben ser los monjes, que en nada dudan y en Dios confían para que gobierne y resuelva el curso de sus vidas! ¿Es esa fe ciega la que en definitiva guía nuestro convencimiento de que conocemos algo?

– *Filonús.* Hylas, para empezar a discutir hay que partir al menos de la base de que tu interlocutor está realmente presente. Añadir hipótesis a nuestros experimentos, como el que no fueron saboteados, las muestras se tomaron al azar o ningún sesgo inadvertido fue introducido, no me parece que sea pagar un alto precio por las conclusiones a las que vamos a llegar. Y si el resultado te permite actuar sobre la Naturaleza y sacarle provecho, si haces puentes y no caen, si tus cosechas mejoran, si curas a enfermos, todo esto indica que no puedes andar muy equivocado.

– *Hylas.* Sí, pero la práctica ordinaria no requiere del conocimiento especulativo[31]. Tú puedes creer que estás enfermo porque malos humores se adueñaron de tu sangre, y que tomando ciertas hierbas sanarás; y si tomas las adecuadas, la salud volverá a tu cuerpo aunque las causas de tu mal no fueran las que tú creías. Usar de teorías con escaso fundamento porque funcionan bien es como hacer creer a los niños que existe el hombre del saco, porque así tomarán la sopa. Un ingeniero puede que no necesite de más que de reglas que pueda guardar en la memoria, pero un científico se ve obligado a pensar de forma diferente y a preguntarse el porqué de las cosas que infiere y de las decisiones que toma.

– *Filonús.* No sé si el Mundo está hecho para ti, Hylas, pero creo que tenemos buenas razones para actuar como actuamos y para creer en cuanto creemos.

– *Hylas.* ¿Y cuál es la naturaleza de esas buenas razones?

– *Filonús.* No te podría responder ahora, Hylas. La alegría con que empecé el día se ha desvanecido, y veo que nuevas materias deben ser sometidas a nuestra reflexión.

– *Hylas.* Bajemos, pues, a la ciudad, y otro día continuaremos tratando de estas cosas. Liberemos al cuerpo de sus tensiones, ya que no pudimos liberar al espíritu. Hay quien dice que el pensador debe ser frugal, y que a los grandes genios la intensidad del pensamiento les hacía olvidarse del sustento. No estoy yo entre ellos y no te animo a que lo estés.

– *Filonús.* Bajemos pues HYLAS, y quédese la discusión para mañana.

Post Scriptum

Prácticamente desde la invención de la estadística, y de seguro desde que Laplace formalizó su teoría de las probabilidades, los métodos estadísticos que se aplicaron hasta los años 20 eran métodos bayesianos. En los años 20 aparecieron los libros sobre probabilidad de Reisenbach y Von Mises, que definían la probabilidad como un límite de una frecuencia cuando el número de repeticiones de un evento tiende a infinito, y los trabajos de Neyman y Pearson en los años 30 consolidaron lo que hoy se conoce como escuela frecuentista. Su intento fue el de suprimir toda referencia a la información a priori, y el trabajar con probabilidades "objetivas", no dependientes del investigador. En mi opinión la escuela frecuentista da una respuesta útil a gran parte de los problemas que comúnmente plantean los científicos, pero es notoriamente insuficiente para abordar problemas complejos como muchos de los que tratamos los genetistas animales.

La escuela frecuentista alcanza su máximo esplendor con el test t, que permite comparar hipótesis sin invocar el conocimiento de parámetros poblacionales. Para Fisher el artículo de "Student" (1906), en el que este test se proponía por primera vez, era la obra cumbre de la estadística. Otra técnica que goza de popularidad en la escuela frecuentista, el método de máxima verosimilitud, tiene la propiedad interesante de que cualquier parametrización de un estimador máximo verosímil es a su vez un estimador máximo verosímil, lo que no ocurre obviamente con las probabilidades. Para abordar problemas sencillos, desde la comparación de medias hasta los análisis de regresión, las

31. Hylas se refiere a un comentario recogido en el tercero de los diálogos que publicó el obispo Berkeley: "De ahí que la gente corriente persista en sus equivocaciones y, a pesar de ello, se las arregle para desenvolverse en los asuntos de la vida".

técnicas frecuentistas son técnicas que funcionan muy bien y que no creo que vayan a ser desplazadas por ninguna otra. Sin embargo tienen limitaciones importantes que no se pueden olvidar. Por ejemplo:

1) La incapacidad para considerar el error cometido al estimar los parámetros de dispersión (varianzas y covarianzas) al estimar los de posición (valores medios o individuales).

2) La incapacidad para elegir entre dos modelos a no ser que estén jerarquizados. Incluso en ese caso se suele recurrir al test de cociente de verosimilitudes, que presenta una inconsistencia notoria: cuando la muestra tiende a infinito, la probabilidad de la hipótesis alternativa dado que la nula es cierta, no tiende a cero. Requiere además ciertas asunciones de regularidad, frecuentemente de normalidad, tamaño de muestra suficiente etc. que no pueden testarse.

3) La incapacidad de transformar un problema multivariante en varios univariantes. Frecuentemente se está interesado en unos pocos parámetros y se desearía hablar de ellos y no del total. Un máximo en un REML multivariante es, por ejemplo, notoriamente difícil de estimar, y el máximo multivariante no tiene el porqué coincidir con los máximos univariantes.

4) La incapacidad de proveer un método universal que guíe al investigador para obtener una solución a su problema. Por ejemplo, si se desea estimar parámetros genéticos de curvas de lactación en poblaciones seleccionadas, se debería realizar un análisis multivariante con los parámetros no lineales de la curva y con los caracteres objeto de la selección. No está claro cómo abordar el problema de forma frecuentista, o se requiere un conjunto de asunciones y aproximaciones más que notable.

Por otra parte los métodos estadísticos tienden a usarse de modo rutinario, conduciendo a no pocas incongruencias. Por ejemplo, es frecuente dar la media y la desviación típica como parámetros descriptivos de los caracteres; típicamente se usa la cuasi-varianza para estimar la varianza, porque es un estimador insesgado, y a continuación se halla la raíz cuadrada para estimar la desviación típica. Pero resulta que la raíz cuadrada de la cuasi-varianza no es un estimador insesgado de la desviación típica, porque la propiedad del insesgamiento no se conserva con la mayor parte de las transformaciones. O bien, se hallan estimas máximo verosímiles con un conjunto reducido de datos (reducido por casilla, quiero decir, no necesariamente en total), olvidando que todas las buenas propiedades del método de máxima verosimilitud son asintóticas. Y qué decir de los test de hipótesis, en donde los diseños experimentales se hacen para un carácter y se aplican luego los tests a un número considerable de caracteres, con lo que casi nunca aparecen diferencias significativas cuando son realmente relevantes, o aparecen diferencias significativas meramente por azar, puesto que una de cada veinte veces por término medio debe aparecer significativo algo que no lo es.

El bayesianismo, al trabajar con probabilidades permite hacer cosas que están prohibidas en el frecuentismo, y para algunos problemas concretos especialmente complicados permite encontrar soluciones notoriamente mejores que las que provee el frecuentismo. Entre ellos están:

1) Los problemas que necesitan incluir los errores de la estimación de los parámetros de dispersión en los parámetros de posición. Esto es particularmente necesario, por ejemplo, con datos correlacionados (p.ej. animales emparentados) y bases de datos pequeñas o medianas.

2) En problemas multivariantes en los que el interés se centra en una variable o en cada variable por separado. El bayesianismo permite integrar todos los posibles valores de las otras variables ponderándolas por su probabilidad. Esto es importante ante la dificultad, por ejemplo, de encontrar máximos en funciones de verosimilitud multivariantes, y ante el hecho de que el máximo multivariante no coincide necesariamente con los univariantes. Otro ejemplo ocurre en la detección de QTLs. Los métodos frecuentistas (LOD score, etc.) son insatisfactorios porque aparecen por azar falsos QTLs al probar muchos marcadores, o porque sufren de sobreparametrización.

3) En problemas difíciles que no se sabe bien cómo abordar. Por ejemplo: Comparar curvas de crecimiento o de lactación (no lineales ni linealizables) en una población seleccionada (con lo que hay que usar los datos de la selección y el problema pasa a ser multivariante). Los métodos bayesianos permiten encontrar una ruta de trabajo: construir una función posterior, que luego se estima por MCMC (Monte Carlo Markov Chains), por ejemplo.

Una última palabra en torno a la inducción. El problema está sin resolver porque obviamente no tiene solución tal y como se plantea; es decir, no hay solución deductiva para el método de inducción. Esto resulta inquietante puesto que la experiencia muestra que el método "funciona" y la ciencia progresa, pero no queda claro cómo es esto posible. La perspectiva bayesiana permite entender cómo la ciencia progresa, a base de mejorar la opinión previa hasta que no son menester nuevos experimentos, y sin embargo explica también cómo somos dependientes de la opinión previa, que puede cambiar radicalmente la interpretación de resultados si se produce una revolución con cambio del paradigma científico.

Bibliografía

BAYES T., 1763. An essay towards solving a problem in the doctrine of chances. Phil. Trans. 53: 370-418.

BERGER J.O., WOLPERT R.L., 1984. The likelihood principle. *Institute of Mathematical Statistics. Lecture Notes - Monograph Series. Purdue University*

BERKELEY G., 1734/1990. Tres diálogos entre Hylas y Filonús. *Alianza.*

BLASCO A., 1998. La controversia bayesiana en Mejora Animal. *ITEA.* 94A: 5-41.

BUNGE M., 1981. Nuevos diálogos entre Hylas y Filonús. *En: Bunge M. 1981. Materialismo y Ciencia. Ariel.* pp. 213-224.

COPLESTON F., 1963/1985. A History of Philosophy. Vol V: Hobbes to Hume. *Bantam Doubleday Dell Publ. Inc.*

DE FINETTI B., 1973. Theory of Probability. *Wiley.*

FISHER R.A., 1936. Uncertain inference. *Proc. Am. Acad. Arts Sci.* 71:245-258.

HUME D., 1739/1983. Tratado de la naturaleza humana. *Orbis.*

JEFFREYS H., 1931. Scientific Inference. *Cambridge Univ. Press.*

PLATON, C., 387/1988. Fedro. *Gredos.*

PRESS S.J., 1989. Bayesian statistics. *Wiley.*

STIGLER S.M., 1983. Who discovered Bayes's theorem? *The American Statiscian* 37:290-296.

STUDENT, 1906. The probable error of a mean. *Biometrika.* 6: 1-25.